Prof. Dr. Thomas Nikolaus
Stefano Ariotta

Aufgabenblatt 2

Aufgabe 1 Klassifizieren sie alle holomorphen und reellwertigen Abbildungen.

[4]

Aufgabe 2 Man definiert:

$$\frac{\partial f}{\partial z} := \frac{1}{2}\left(\frac{\partial f}{\partial x} - \mathrm{i}\frac{\partial f}{\partial y}\right)$$

und

$$\frac{\partial f}{\partial \overline{z}} := \frac{1}{2}\left(\frac{\partial f}{\partial x} + \mathrm{i}\frac{\partial f}{\partial y}\right)$$

(diese werden Wirtinger-Ableitungen genannt).

(1) Zeigen sie, dass diese $\mathbb{C}$-lineare Derivationen sind.
(2) Drücken sie die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen durch die Wirtinger-Ableitungen aus. Wass passiert wenn $\overline{f}$ holomorph ist?
(3) Drücken sie den Laplace-Operator

$$\Delta := \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \mathrm{i}\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)$$

durch die Wirtinger-Ableitungen aus.

[1+2+1]

Aufgabe 3 Bestimmen Sie die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen:

(1) $\sum_{n=0}^{\infty} z^{n!}$
(2) $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{kn}{n} z^n$
(3) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt[n]{n!}}$
(4) $\sum_{n=0}^{\infty} \sin(n) z^n$

[1+1+1+1]

Aufgabe 4 Überprüfen Sie die folgenden Funktionen $\mathbb{C} \to \mathbb{C}$ auf komplexe Differenzierbarkeit:

(1) $f(z) = z^n$, $n \in \mathbb{N}$
(2) $f(z) = \overline{z}^n$, $n \in \mathbb{N}$
(3) $f(z) = e^{\operatorname{Re} z}(\cos(\operatorname{Im} z) + \mathrm{i}\sin(\operatorname{Im} z))$
(4) $f(z) = \cos(z)$

[1+1+1+1]