Präsenzaufgaben für 22.06.2018.

Aufgabe 1

Seien A und B C^*-Algebren und $\varphi : A \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ und $\psi : B \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ vollstandig positive Abbildungen mit kommutierenden Bildern. Zeigen Sie, dass eine vollstandig positive Abbildung

$$\varphi \times_{\max} \psi : A \otimes_{\max} B \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$$

existiert, sodass $\varphi \times_{\max} \psi(a \otimes b) = \varphi(a)\psi(b)$ für alle $a \in A$ und $b \in B$.

Diese Aussage ist falsch für das minimale Tensorprodukt [Brown-Ozawa, Exercise 3.6.3].

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass Erweiterungen nuklearer C^*-Algebren nuklear sind.

Aufgabe 3

Sei Ω ein lokalkompakter Hausdorffraum, und sei A eine C^*-Algebra. Wir definieren

$$C_0(\Omega, A) = \{f : \Omega \to A \mid f \text{ ist stetig und } f(\infty) = 0\}.$$

Zeigen Sie, dass ein natürlicher $*$-Homomorphismus

$$C_0(\Omega) \otimes_{\max} A \cong C_0(\Omega) \otimes A \cong C_0(\Omega, A)$$

existiert, sodass $h \otimes a$ abgebildet wird auf die Funktion $\omega \mapsto h(\omega)a$.