

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ОРДЕНА ЛЕНИНА

ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

имени П. Н. ЛЕБЕДЕВА

Препринт № 141

МЕЖДУНАРОДНЫЙ СЕМИНАР

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ

ПОЛЯ И СТАТИСТИКЕ

(7-9 декабря 1971, Москва)

Расширенные тезисы представленных докладов

Часть II

Надборовские поля

T-19503

Подписано в печать 18 ноября 1971 года

Заказ № 498, Тираж 250 экз.

Отпечатано на роллпринте в ФИАН СССР
Москва, Б-312, Ленинский проспект, 53

Москва - 1971

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ ЛАГРАНЖИАНЫ ИНВАРИАНТНЫЕ
ОТНОСИТЕЛЬНО ГРУПП СИММЕТРИИ, СОДЕРЖАЩИХ В КАЧЕСТВЕ
ПОДГРУППЫ ГРУППУ ПУАНКАРЕ

Д.В.ВОЛКОВ

В последнее время для описания взаимодействия голдстоуновских частиц широко используется метод феноменологических лагранжианов (ФЛ). В случае голдстоуновских частиц, связанных с произвольными группами внутренних симметрий, общий способ построения ФЛ был рассмотрен в работах [1, 2]. Для групп симметрии, содержащих также пространственно-временные переменные, процедура построения ФЛ требует дополнительно учета трансформационных свойств производных голдстоуновских полей и элемента 4-х мерного объема, что приводит к существенному усложнению метода. В настоящее время построение ФЛ проведено только для одной группы преобразований пространственно-временных переменных, именно для группы конформных преобразований [3].

Здесь мы рассмотрим общую схему построения ФЛ для произвольной группы симметрии, содержащей в качестве подгруппы группу Пуанкаре.

Пусть G такая группа симметрии. Представим произвольный элемент группы G в виде:

$$G = e^{iP \cdot X} K(a) H(b) L(l) \quad (1)$$

где P - оператор энергии импульса, X - пространственно-временные координаты, $L(l)$ - преобразование группы Лоренца, $H(b)$ - подгруппа преобразований внутренних симметрий, оставляющих вакуум инвариантным.

Из представления (1) следует, что при действии слева на (1) преобразованием группы Пуанкаре координаты X преобразуются обычным способом. При действии на (1) слева произвольным элементом группы G координаты X преобразуются совместно с параметрами a , определяющими поля голдстоуновских частиц.

Для нахождения ФЛ построим формы Картана, определенные разложением выражения:

$$G^{-1} dG$$

по генераторам группы G .

Для генераторов, соответствующих двум первым сомножителям в (1) формы Картана имеют вид:

$$\omega_i = \omega_i(x, a, dx, da, b, l) \quad (2)$$

и являются инвариантами преобразования G при условии, что преобразуются все аргументы рассматриваемых форм. При фиксированных значениях параметров b и l формы ω_i преобразуются по представлениям подгруппы HL . Инвариантные по отношению к преобразованиям подгруппы HL комбинации форм ω_i не зависят от параметров b и l и являются инвариантами группы G . Такие инвариантные комбинации можно использовать для построения ФЛ при дополнительном условии, что они представимы в виде произведения некоторой функции на элемент четырехмерного объема d^4x . Простейшая комбинация такого вида соответствует внешнему произведению

четырёх форм (2). Действительно, при подстановке в (2) вместо параметров a полей голдстоуновских частиц $A(x)$ дифференциалами da заменяются дифференциалами $\frac{\partial A}{\partial x} dx$, вследствие чего внешнее произведение четырёх форм ω_i становится пропорциональным d^4x .

Более сложные инварианты группы G строятся следующим образом. Обозначим произвольное внешнее произведение (не обязательно инвариантное относительно группы G) четырёх форм (2) через W_K . Каждая из таких форм пропорциональна d^4x . Составим из форм W_K инвариантное относительно подгруппы HL и однородное степени единица относительно элемента d^4x выражение. Такое выражение инвариантно относительно преобразований G и пропорционально d^4x и следовательно может использоваться для построения ФЛ.

Простейшие после форм W_K выражения такого типа и содержащие минимальное число производных от полей имеют вид:

$$\frac{W_i W_i}{W_0} \quad (3)$$

где W_i - внешние произведения трех форм (2), соответствующих операторам энергии - импульса, и одной формы (2), соответствующей какому-либо генератору в $\mathfrak{K}(a)$, а W_0 внешнее произведение четырёх форм, соответствующих генераторам энергии импульса. Для случая группы G , являющейся прямым произведением группы Пуанкаре на группу внутренних

симметрий, выражение (3) соответствует ФЛ, рассматривавшимся в работах [1, 2].

Использование дифференциальных форм, связанных с генераторами, входящими в H и L позволяет стандартным образом определить ковариантное дифференцирование для произвольного представления подгруппы HL и включить в рассматриваемую схему взаимодействие голдстоуновских частиц с другими полями^{x/}.

Изложенная выше схема построения ФЛ на основе представления (I) может быть обобщена на случай, когда подгруппа HL в (I) заменяется подгруппой, которая не является прямым произведением группы Лоренца на группу внутренних симметрий. В качестве примера такой подгруппы приведем группу $SL(6, C)$ и другие релятивистские обобщения группы $SU(6)$.

В рассматриваемой схеме координаты x преобразуются совместно с полями голдстоуновских частиц вследствие чего она существенным образом отличается от обычных схем релятивизации $SU(6)$ симметрии и может быть свободной от присущих им трудностей.

^{x/} Заметим, что в рассматриваемую схему могут быть включены голдстоуновские частицы, соответствующие ферми полям. Выражение (I) в этом случае соответствует параметризации группы G , в которой имеются антикоммутирующие параметры [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Coleman S., Wess G., Zumino B. Phys. Rev. 177, 2239(1969).
Callan G., Coleman S., Wess J., Zumino B. Phys. Rev.
177, 2247 (1969).
2. Волков Д.В. Препринт ИТФ 69-75. Киев, 1969.
3. Salam A., Strathdee J. Phys. Rev. 184, 1760 (1969).
4. Березин Ф.А., Кац Г.И. Мат. сб. 88, 343 (1970).