Aufgabe 8

Unter den Benutzern der Park-and-Ride Parkplätze am Stadtrand von Köln wurde eine Befragung zu Herkunft und Verkehrsverhalten durchgeführt. Bei einer Zufallsstichprobe von 400 Befragten ergab sich, dass diese durchschnittlich 10 km mit dem Auto anreisen, bevor sie dann auf Bus oder Bahn umsteigen. Die zurückgelegten Entfernungen der einzelnen Befragten schwanken jedoch so stark, dass eine Standardabweichung von 5km ermittelt wird.

Die Fraktion der Grünen im Stadtratrat möchte vor ihrem Kommentar an die Presse wissen, innerhalb welcher Spanne denn die durchschnittliche Anfahrtsstrecke aller Nutzer Kölner Park-and-Ride Parkplätze mit 99%iger Wahrscheinlichkeit zu erwarten sei.

Die Stadt Freiburg ist an ähnlichen Ergebnissen interessiert, kann jedoch aufgrund einer momentanen Haushaltsknappheit nur 100 Personen befragen. Die Ergebnisse der Stichprobe sind dieselben wie in Köln. Welche Auskunft werden die Freiburger Grünen bei einer ähnlichen Anfrage erhalten?

Lösung - Kurzfassung

Kölner Stichprobe: 9,35 km $\leq \bar{x} \leq$ 10,65 km
Freiburger Stichprobe: 8,71 km $\leq \bar{x} \leq$ 11,29 km

Lösung - Erläuterung

Köln:

$\bar{x} = 10$
s = 5 km
α = 1%
n= 400

Schritt 1: Standardfehler $s_{\bar{x}}$ berechnen

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{5^2}{400}} = \frac{5}{\sqrt{400}} = 0{,}25$$

Schritt 2: Nachschlagen des z-Wertes in der z-Tabelle (siehe Formelsammlung) entsprechend der Irrtumswahrscheinlichkeit mit der die Aussage getroffen werden soll.
Hier: "mit einer Wahrscheinlichkeit von 99%" → Irrtumswahrscheinlichkeit von α = 1%
→ zugehöriger Multiplikationsfaktor (z-Wert) = 2,58

Schritt 3: Errechnen der Ober- bzw. Untergrenze des Schwankungsbereiches (x) mit Hilfe des Durchschnittswerts der Stichprobe ($\bar{x}$), Standardfehler ($s_{\bar{x}}$) und des abgelesenen z-Wertes (z).

Untergrenze:

$$X_{unter} = \bar{x} - 2{,}58 \times s_{\bar{x}}$$
$$\Rightarrow X_{unter} = 10 - 2{,}58 \times 0{,}25$$
$$\Leftrightarrow X_{unter} = 10 - 0{,}645$$
$$\Leftrightarrow X_{unter} = 9{,}355$$

Obergrenze:

$$X_{ober} = \bar{x} + 2{,}58 \times s_{\bar{x}}$$
$$\Rightarrow X_{ober} = 10 + 2{,}58 \times 0{,}25$$
$$\Leftrightarrow X_{ober} = 10 + 0{,}645$$
$$\Leftrightarrow X_{ober} = 10{,}645$$

Antwort: Der Schwankungsbereich in Köln liegt bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 99% und 400 Befragten zwischen 9,36 und 10,65 km.

Freiburg:

$\overline{x} = 10$
s = 5 km
α = 1%
n= 100

$$s_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$s_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{5^2}{100}} = \frac{5}{\sqrt{100}} = 0{,}5$$

Schritt 2: Nachschlagen des z-Wertes in der z-Tabelle (siehe Formelsammlung) entsprechend der Irrtumswahrscheinlichkeit mit der die Aussage getroffen werden soll.
Hier: "mit einer Wahrscheinlichkeit von 99%" → Irrtumswahrscheinlichkeit von α = 1%
→ zugehöriger Multiplikationsfaktor (z-Wert) = 2,58

Schritt 3: Errechnen der Ober- bzw. Untergrenze des Schwankungsbereiches (x) mit Hilfe des Durchschnittswerts der Stichprobe ($\overline{x}$), Standardfehler ($s_{\overline{x}}$) und des abgelesenen z-Wertes (z).

Untergrenze:

$$X_{unter} = \overline{x} - 2{,}58 \times s_{\overline{x}}$$
$$\Rightarrow X_{unter} = 10 - 2{,}58 \times 0{,}5$$
$$\Leftrightarrow X_{unter} = 10 - 1{,}29$$
$$\Leftrightarrow X_{unter} = 8{,}71$$

Obergrenze:

$$X_{ober} = \overline{x} + 2{,}58 \times s_{\overline{x}}$$
$$\Rightarrow X_{ober} = 10 + 2{,}58 \times 0{,}5$$
$$\Leftrightarrow X_{ober} = 10 + 1{,}29$$
$$\Leftrightarrow X_{ober} = 11{,}29$$

Antwort: Der Schwankungsbereich in Freiburg liegt bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 99% und 100 Befragten zwischen 8,71 und 11,29 km.