

Schätz- und Prüfstatistik - Aufgabe 9

In einer Diskothek nördlich von Münster wurden 100 Besucher befragt, u.a. zu ihrem Alter und zu ihrer durchschnittlichen Anfahrsstrecke. Das Durchschnittsalter der zufällig ausgewählten Besucher lag bei 22 Jahren und sie kamen aus einer mittleren Entfernung von 30km in die Diskothek. Die Streuung beim Alter war mit einer Standardabweichung von 10 Jahren erwartungsgemäß deutlich geringer als bei der Anfahrt mit 20km.

Die Diskothekenbesitzer möchten für einen Vergleich mit den Konkurrenzunternehmen in der Umgebung nun wissen, welches Durchschnittsalter und welche durchschnittliche Anfahrsstrecke für die Gesamtheit ihrer Diskobesucher gelten. Wegen der relativ kleinen Stichprobe wird das beauftragte Gutachterbüro in seinem Bericht mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% arbeiten.

Lösung - Kurzfassung

Anfahrtsstrecke: $26,08 \text{ km} \leq \mu \leq 33,92 \text{ km}$

Alter: $20,04 \text{ Jahre} \leq \mu \leq 23,96 \text{ Jahre}$

Lösung - Erläuterung

Anfahrtsstrecke:

$$\bar{x} = 30$$

$$s = 20 \text{ km}$$

$$\alpha = 5\%$$

$$n = 100$$

Schritt 1: Berechnung des Standardfehlers $s_{\bar{x}}$

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{20^2}{100}} = \frac{20}{\sqrt{100}} = 2$$

Schritt 2: Nachschlagen des z-Wertes in der z-Tabelle (siehe Formelsammlung) entsprechend der Irrtumswahrscheinlichkeit mit der die Aussage getroffen werden soll.

Hier: "mit einer Wahrscheinlichkeit von 95%" \rightarrow Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 5\%$

\rightarrow zugehöriger Multiplikationsfaktor (z-Wert) = 1,96

Schritt 3: Berechnung der Ober- bzw. Untergrenze des Schwankungsbereiches (x) mit Hilfe des Durchschnittswertes der Stichprobe (\bar{x}), Standardfehler ($s_{\bar{x}}$) und des abgelesenen z-Wertes.

Untergrenze:

$$X_{\text{unter}} = \bar{x} - 1,96 \times s_{\bar{x}}$$

$$\Rightarrow X_{\text{unter}} = 30 - 1,96 \times 2$$

$$\Leftrightarrow X_{\text{unter}} = 30 - 3,92$$

$$\Leftrightarrow X_{\text{unter}} = 26,08$$

Obergrenze:

$$X_{\text{ober}} = \bar{x} + 1,96 \times s_{\bar{x}}$$

$$\Rightarrow X_{\text{ober}} = 30 + 1,96 \times 2$$

$$\Leftrightarrow X_{\text{ober}} = 30 + 3,92$$

$$\Leftrightarrow X_{\text{ober}} = 33,92$$

Antwort: Der Schwankungsbereich der Anfahrtsstrecke liegt bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 95% und 100 Befragten zwischen 26,08 und 33,92 km.

Alter:

$$\bar{x} = 22$$

$$s = 20$$

$$\alpha = 5\%$$

$$n = 100$$

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{10^2}{100}} = \frac{10}{\sqrt{100}} = 1$$

Schritt 2: Nachschlagen des z-Wertes in der z-Tabelle (siehe Formelsammlung) entsprechend der Irrtumswahrscheinlichkeit mit der die Aussage getroffen werden soll.

Hier: "mit einer Wahrscheinlichkeit von 95%" \rightarrow Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 5\%$

\rightarrow zugehöriger Multiplikationsfaktor (z-Wert) = 1,96

Schritt 3: Berechnung der Ober- bzw. Untergrenze des Schwankungsbereiches (x) mit Hilfe des Durchschnittswerts der Stichprobe (\bar{x}), Standardfehler ($s_{\bar{x}}$) und des abgelesenen z-Wertes.

Untergrenze:

$$X_{\text{unter}} = \bar{x} - 1,96 \times s_{\bar{x}}$$

$$\Rightarrow X_{\text{unter}} = 22 - 1,96 \times 1$$

$$\Leftrightarrow X_{\text{unter}} = 22 - 1,96$$

$$\Leftrightarrow X_{\text{unter}} = 20,04$$

Obergrenze:

$$X_{\text{ober}} = \bar{x} + 1,96 \times s_{\bar{x}}$$

$$\Rightarrow X_{\text{ober}} = 22 + 1,96 \times 1$$

$$\Leftrightarrow X_{\text{ober}} = 22 + 1,96$$

$$\Leftrightarrow X_{\text{ober}} = 23,96$$

Antwort: Der Schwankungsbereich des Alters liegt bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 95% und 100 Befragten zwischen 20,04 und 23,96 Jahren.