

Aufgaben für zuhause, Abgabe: Mittwoch, den 22.9.2004, in den Übungsgruppen

- 5) Sei 1 g Kobalt 60 (Halbwertszeit 5,3 Jahre) bzw. 1 g Phosphor 32 (Halbwertszeit 14,3 Tage) gegeben.

Wieviel ist davon jeweils übrig nach 10 Tagen, 100 Tagen, 30 Jahren bzw. 3000 Jahren?

- 6) Von einer Bakterienspezies sei bekannt, daß sich ihre Anzahl alle 7 Stunden verdoppelt. In einer Nährlösung befinden sich 10 Bakterien.

Wie lange dauert es, bis daraus 1 Milliarde ($= 10^9$) Bakterien geworden sind unter der Annahme, daß die Bakterien unbegrenzt mit Nahrung versorgt werden?

- 7) Um 1920 stellte R. Pearl experimentell fest, daß die Änderungsrate dP/dt eine Population von Fruchtfliegen (*Drosophila*) mit der Populationsgröße $P(t)$ mittels der Gleichung

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{5}P - \frac{1}{5175}P^2 \quad (t \text{ in Tagen gemessen})$$

zusammenhängt. Anfangs seien 10 Fruchtfliegen vorhanden.

Zeigen Sie, daß die Population niemals mehr als 1035 Mitglieder hat. Wie groß ist sie nach 12 Tagen?

Aufgaben für die Übungsgruppen:

- I) Die Eisschicht auf einer Wasserfläche wächst näherungsweise gemäß der folgenden Beziehung

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-a}{4x} \frac{\text{cm}^2}{\text{h}^\circ\text{C}},$$

wobei x die Dicke der Eisschicht, gemessen in Zentimetern, t die Zeit, gemessen in Stunden, und a die Umgebungstemperatur, gemessen in Grad Celsius, bezeichnet.

- a) Geben Sie alle Lösungen der obigen Differentialgleichung an, wenn a als konstant angenommen wird.
- b) Wie lange dauert es bei -10°C Umgebungstemperatur, bis eine Eisdecke von 5 cm Dicke auf 6 cm Dicke angewachsen ist?
- II) Zeigen Sie, daß es zu der Differentialgleichung $f' = \sqrt{f}$ auf \mathbb{R} Lösungen gibt, deren sämtliche Ableitungen in $[0, 1]$ übereinstimmen, die aber dennoch nicht gleich sind.