

Übungen zum Vorkurs Mathematik für Anwender

Übungsblatt 1

Aufgabe 1:

In einem Experiment werden die Werte T_1, T_2 bis T_{10} gemessen. Zur Glättung werden die Mittelwerte $M_1 = \frac{T_1+T_2}{2}$, $M_2 = \frac{T_2+T_3}{2}$, ..., $M_9 = \frac{T_9+T_{10}}{2}$ und $M_{10} = \frac{T_{10}+T_1}{2}$ gebildet.

- a) Stellen Sie die zugehörige Matrix A auf, so dass gilt $M = AT$.
b) Kann man auch aus den Mittelwerten M die Werte T ausrechnen? Warum (nicht)?

Bemerkung: Die Lösung gibt einen Hinweis darauf, warum es sehr schwierig oder sogar unmöglich ist, aus einem unscharfen Bild ein scharfes zu berechnen.

Aufgabe 2:

- a) Berechnen Sie die folgenden Matrixprodukte, falls möglich.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \\ 11 & 12 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot (7 \ 8 \ 9), \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \\ 11 & 12 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3:

Zeigen Sie: Falls $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^m$, so gilt:

$$(Ax, y) = (x, A^t y)$$

Bemerkung: Der Beweis wird durch Benutzung des richtigen Formalismus sehr kurz. Stellen Sie insbesondere sicher, dass die Aussage sinnvoll ist.

Aufgabe 4:

Zeigen Sie durch Ausrechnen, dass für Vektoren der Dimension 2 tatsächlich

$$|(x, y)| \leq \|x\| \cdot \|y\|$$

ist. Wann gilt $|(x, y)| = \|x\| \cdot \|y\|$?