

Übungen zum Vorkurs Mathematik für Anwender

Übungsblatt 5

Aufgabe 14:

Testen Sie das Programm zur Zerlegung eines Signals in Sinus- und Cosinus-Funktionen (Fourier-Analyse) unter <http://www.falstad.com/fourier>. Machen Sie sich noch einmal die Idee der Fourier-Analyse klar: Periodische Signale werden durch Schwingungen unterschiedlicher Frequenz dargestellt.

Aufgabe 15:

Für eine Funktion f von \mathbb{R} nach \mathbb{R} gelte für alle Zahlen x und y : $f(x + y) = f(x)f(y)$. Zeigen Sie: Dann gibt es reelle Zahlen a und b , so dass für alle rationalen Zahlen p gilt: $f(p) = ab^p$. Bestimmen Sie a und b bei gegebenem f .

Aufgabe 16:

Bei der Untersuchung von radioaktiven Proben fällt auf: Nach einer Wartezeit ist ein gewisser Prozentsatz der Probe zerfallen, dieser Prozentsatz hängt nur von der Länge der verstrichenen Wartezeit ab.

Zeigen Sie: Es gibt Zahlen a und b , so dass für die Anzahl der Teilchen $N(t)$, t rational, einer Probe gilt: $N(t) = ab^t$.

Achtung: Benutzen Sie für den Beweis nur die obige Beobachtung, nicht ein exponentielles Zerfallsgesetz. Vergleichen Sie hierzu die Anzahl der Teilchen, wenn Sie erst eine Zeitspanne t_0 und dann eine Zeitspanne t_1 abwarten und die Anzahl, wenn Sie gleich eine Zeitspanne $t_0 + t_1$ abwarten.