
Aufgaben zur Vorlesung
Wissenschaftliches Rechnen
WS 2009/2010 — Blatt 10

Abgabe: 13.01.2010 in der Vorlesung / per Email

Aufgabe 1 (Laplace-Problem mit LDG-Verfahren) (32 Punkte)

Sei $\Omega = [0, 1]^2$, $f(x, y) = (6x - 2)y(1 - y)^2 + (4 - 6y)(1 - x)x^2$. und $u \in H^2(\Omega)$ Lösung des zugehörigen Laplace-Problems mit Nullrandwerten. Führen Sie die bestehenden Module zusammen, um numerische Approximationen u_h mit dem LDG-Verfahren zu bestimmen, welche auf dem Gleichungssystem von Blatt 6, Aufgabe 2 beruhen. Verwenden Sie hierzu ihre eigenen Implementierungen oder die Vorgaben auf der Webseite.

- a) Stellen Sie den Vektor \mathbf{f} der rechten Seite mit Hilfe einer L^2 -Projektion auf.
- b) Assemblieren Sie die 4 Matrizen $\mathbf{M}_{\sigma\sigma}$, $\mathbf{M}_{u\sigma}$, $\mathbf{M}_{\sigma u}$ und \mathbf{M}_{uu} basierend auf den implementierten Elementmatrizen (Blatt 6, Aufgabe 3) und Element-Flussmatrizen (Blatt 8, Aufgabe 2).
- c) Stellen Sie das kondensierte Gleichungssystem für \mathbf{u} auf und lösen Sie es mit einem iterativen Verfahren.
- d) Die exakte Lösung des Problems ist $u(x, y) = x^2(1 - x)y(1 - y)^2$. Bestimmen Sie den L^2 -Fehler und hieraus durch Erhöhen der Gitterfeinheit eine EOC-Tabelle.