Übungen zur Vorlesung Optimale Steuerprozesse I

Übungsblatt 6, Abgabe: Dienstag, 27.05.2008, 08.15 Uhr

Aufgabe 20: (2 Punkte)
Gegeben sei der lineare, autonome Steuerprozess für eine skalare DGL n-ter Ordnung

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \ldots + a_0 y = u(t), \quad a_i \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie, dass der Steuerprozess für das zugehörige System 1. Ordnung vollständig steuerbar ist.

Aufgabe 21: (3 Punkte)
Führen Sie für den linearen autonomen Steuerprozess

$$(L) \qquad \dot{x} = A\,x + B\,u, \quad A \ (n \times n)\text{-Matrix}, \quad B \ (n \times m)\text{-Matrix},$$

eine Koordinatentransformation

$$y = Qx, \quad Q \ \text{reguläre } (n \times n)\text{-Matrix},$$

durch. Zeigen Sie, dass der transformierte Steuerprozess

$$(\tilde{L}) \qquad \dot{y} = \tilde{A}\,y + \tilde{B}\,u$$

genau dann vollständig steuerbar ist, wenn (L) vollständig steuerbar ist.

Aufgabe 22: (3+3 Punkte)
Überprüfen Sie die folgenden Systeme

$$\dot{x} = A\,x + B\,u$$

auf vollständige Steuerbarkeit:

(a)

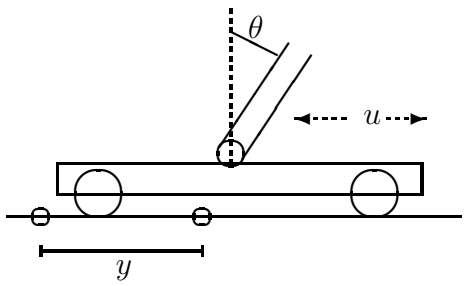
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & -4 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(b)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \beta & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}\,.$$

Aufgabe 23: (2 Punkte)

Das Balancieren eines gelenkig gelagerten Stabes auf einer fahrbaren Plattform kann modelliert werden durch das System



$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{3}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{12}{5} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ 0 \\ -\frac{6}{5} \end{pmatrix} u$$

mit $x_1 = \dot{y},\ x_2 = \theta,\ x_3 = \dot{\theta}$. Überprüfen Sie das System auf vollständige Steuerbarkeit.