Übungen zur Vorlesung Einführung in die Numerische Mathematik

Übungsblatt 5 , Abgabe: Freitag, 24.11.2000, 11.00 Uhr

Aufgabe 17: (1+3 Punkte)
Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 17 & 9 \\ 4 & 2 & 2 \\ 2 & 9 & 9 \end{pmatrix} .$$

(a) Zeigen Sie: Es gibt eine Permutationsmatrix P, so dass PA positiv definit ist.

(b) Berechnen Sie die Zerlegung

$$PA = \tilde{L}\tilde{L}^T .$$

Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Zerlegung $PA = LDR$.

Aufgabe 18: (4 Punkte)
Die LR-Zerlegung bei tridiagonalen Matrizen lautet:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & & & 0 \\ l_1 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \\ 0 & & l_{n-1} & 1 \end{pmatrix} , \qquad R = \begin{pmatrix} r_1 & s_1 & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & s_{n-1} \\ 0 & & & r_n \end{pmatrix} .$$

Geben Sie eine Rekursion an zur Berechnung der Elemente $l_1, ..., l_{n-1}, r_1, ..., r_n, s_1, ..., s_{n-1}$.

Aufgabe 19: (4 Punkte)
Man berechne die den Normen

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |x_i| , \qquad \|x\|_\infty = \max_{i=1,\ldots,n} |x_i|$$

zugeordneten Matrixnormen.

Aufgabe 20: (3 Punkte)
Sei

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie $\mathrm{cond}(A)$ für die Normen $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_F$, $\|\cdot\|_\infty$.