Übungen zur Vorlesung Einführung in die Numerische Mathematik

Übungsblatt 3 , Abgabe: Freitag, 10.11.2000, 11.00 Uhr

Aufgabe 9: (1+3 Punkte)
Gegeben sei das LGS

$$\begin{pmatrix} 10^{-4} & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

(a) Man berechne die exakte Lösung.

(b) Man berechne mit 3-stelliger Gleitpunktarithmetik die Lösung durch Gaußelimination

  (i) ohne Pivotsuche,

  (ii) mit Spaltenpivotsuche.

Geben Sie jeweils die berechnete Dreieckszerlegung an.

Aufgabe 10: (1+3 Punkte)

(a) Wie kann man die Maschinengenauigkeit eines Rechners experimentell bestimmen?

(b) Die folgenden Ausdrücke berechnen theoretisch paarweise denselben Wert. Welcher der Ausdrücke ist jeweils rundungsfehleranfälliger?

$$\begin{aligned} \sin x - \sin y &= 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2} \ , \\ \log x - \log y &= \log \frac{x}{y} \ , \\ 1 - \cos x &= 2 \sin^2 \frac{x}{2} \ . \end{aligned}$$

Aufgabe 11: (4 Punkte)
Schreiben Sie 1/3, 1/5 und 1/7 als Binärgleitpunktzahlen mit dreistelliger Mantisse und dreistelligem Exponenten. Berechnen Sie das exakte Dezimaläquivalent, den absoluten und relativen Fehler der Binärdarstellung.

Aufgabe 12: (Programmieraufgabe, Abgabe: Freitag, 10.11.2000, 11.00 Uhr)
Erstellen Sie ein Programm zur Berechnung von

$$z := \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4ab}$$

für $a = 10^i$, $b = 10^j$ mit $i, j = -10, -9, ..., 9, 10$ und vergleichen Sie das Rechenergebnis mit dem exakten Ergebnis $z = 1$. Für welche Kombinationen sind die Lösungen unbrauchbar und warum?