Jang-Ho Robert Kim WS 00/01

Übungen zur Einführung in FORTRAN

Übungsblatt 1 , Abgabe: per Email an *kimj@uni-muenster.de*

Aufgabe 1:
Schreiben Sie ein Programm zur Berechnung der Kondition einer $(n \times n)$-Matrix A

$$\mathrm{cond}(A) = \|A^{-1}\| \cdot \|A\|$$

für die Normen $\|\cdot\|_1$ und $\|\cdot\|_\infty$. Das Programm enthalte folgende *SUBROUTINE* bzw. *FUNCTION*'s :

- Eine *SUBROUTINE* zur Berechnung der Inversen einer $(n \times n)$-Matrix M nach Aufgabe 2 aus den Übungen zur Vorlesung, d.h. man löse für $i = 1, ..., n$

  $$M\,x^i = e_i \ ,$$

  wobei e_i jeweils den $i-$ten Einheitsvektor bedeutet. Die Lösungen x^i stellen dann jeweils die $i-$te Spalte von M^{-1} dar. Benutzen Sie für die Lösung der obigen Gleichungen die schon programmierte *SUBROUTINE* GAUSEL zur Gaußelimination.

- je eine *FUNCTION* zur Berechnung der Normen $\|\cdot\|_1$ und $\|\cdot\|_\infty$ einer $(n \times n)$-Matrix M.

In Hauptprogramm werden die Daten der Matrix A eingegeben und die obige *SUBROUTINE* bzw. *FUNCTION*'s geeignet aufgerufen. Testen Sie das Programm an den in Aufgabe 8 (Übungen zur Vorlesung) angegebenen Matrizen. Insbesondere könnte man dieses Programm zur Berechnung der Kondition als *SUBROUTINE* realisieren und innerhalb des Programms von Aufgabe 8 aufrufen.
Wichtig: Alle Berechnungen sollen in doppelter Genauigkeit durchgeführt werden.

Aufgabe 2:
Schreiben Sie ein Programm zur Lösung von linearen Ausgleichsproblemen der Form

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \ \|y - Ax\|_2$$

für eine $(m \times n)$-Matrix A, $m > n$, und $y \in \mathbb{R}^m$ mittels der Normalengleichungen

$$A^T A x = A^T y \ .$$

Schreiben Sie dazu je eine *SUBROUTINE* zur Multiplikation von zwei Matrizen $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times l}$ und zur Multipliaktion einer $(n \times m)$-Matrix B mit einem Vektor $c \in \mathbb{R}^m$. Lösen Sie dann die Normalengleichungen mit Hilfe der *SUBROUTINE* GAUSEL zur Gaußelimination. Testen Sie das Programm an den Daten der Aufgaben 25, 26(b) und 27. Berechnen Sie jeweils das Residuum $\|y - Ax\|_2$ für eine optimale Lösung $x \in \mathbb{R}^n$.
Wichtig: Alle Berechnungen sollen in doppelter Genauigkeit durchgeführt werden.