Übungen zu Bildgebende Verfahren

Übungsblatt 7 , Abgabe: 13.12.99, 15.00 Uhr, Übungskasten F 13

Aufgabe 25: (4 Punkte)
Sei $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ und $h(x) = |S^{n-2}|/|x|$. Zeigen Sie:

$$R^* R f = h * f$$

Aufgabe 26: (4 Punkte)
Sei $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ und $h(x) = 2|x|^{1-n}$. Zeigen Sie:

$$P^* P f = h * f$$

Aufgabe 27: (4 Punkte)
Sei $g \in \mathcal{S}(S^{n-1} \times \mathbb{R}^1)$ gerade, d.h. $g(-\theta, -s) = g(\theta, s)$. Zeigen Sie:

$$(R^* g)^\wedge(\xi) = 2(2\pi)^{(n-1)/2} |\xi|^{1-n} \hat{g}\left(\frac{\xi}{|\xi|}, |\xi|\right)$$

Die Fourier - Transformation auf der linken Seite ist zu verstehen im Sinne von $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^n)$, die auf der rechten Seite in $\mathcal{S}(\mathbb{R}^1)$.

Aufgabe 28: (Programmieraufgabe) Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ ist definiert durch

$$f = \sum_{k=1}^{K} f_k \chi_k \, .$$

χ_k ist die charakteristische Funktion der Ellipse mit Mittelpunkt (x_k, y_k), Hauptachsen (a_k, b_k) und dem Winkel φ_k der Hauptachse a_k mit der x-Achse. Die Werte

$$x_k \; y_k \; a_k \; b_k \; \varphi_k \; f_k \, , \qquad k = 1, \ldots, K$$

stehen zeilenweise in einer Datei.

(a) Schreiben Sie ein Programm, das ein Bild von f als Matrix $[-n, n, -n, n]$ berechnet.

(b) Schreiben Sie mit Hilfe der Aufgaben 23 und 24 ein Programm zur Berechnung der Radon-Transformation von f. Speichern Sie das Ergebnis als $[1, p, -q, q]$-Matrix ab.

(c) Testen Sie Ihre Programme am Shepp-Logan-Phantom. Die zugehörige Datei finden Sie unter

/share/numeric/Vorlesungen/BV/shepp-logan.txt .