Übungen zu Bildgebende Verfahren

Übungsblatt 6 , Abgabe: 06.12.99, 15.00 Uhr, Übungskasten F 13

Aufgabe 21: (4 Punkte)
Sei $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ und R die Radon-Transformation in $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie:

$$(RD^\alpha f)(\theta, s) = \theta^\alpha D^{|\alpha|}(Rf)(\theta, s)$$

Dabei wirkt die Ableitung $D^{|\alpha|}$ auf das zweite Argument.

Aufgabe 22: (4 Punkte)
Seien f, $g \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$. Zeigen Sie:

$$R(f * g) = (Rf) * (Rg)$$

Die Faltung rechts ist eindimensional und wirkt auf das zweite Argument.

Aufgabe 23: (4 Punkte)
Sei A eine nichtsinguläre (n, n)-Matrix und $a \in \mathbb{R}^n$. Sei $f(x) = f_0(Ax + a)$.
Zeigen Sie:

$$(Rf)(\theta, s) = \frac{1}{|\det(A)||A^{-T}\theta|}(Rf_0)\left(\frac{A^{-T}\theta}{|A^{-T}\theta|}\,,\ \frac{a \cdot A^{-T}\theta + s}{|A^{-T}\theta|}\right)$$

Aufgabe 24: (4 Punkte)
Berechnen Sie Rf für

(a) f die charakteristische Funktion der Ellipse
$x_1^2/a^2 + x_2^2/b^2 = 1 \quad (n = 2)$,

(b) f die charakteristische Funktion des Rechtecks
$|x_1| \le a, \quad |x_2| \le b \quad (n = 2)$,

(c) $f(x) = e^{-|x|^2/2}$.