Übungen zu Bildgebende Verfahren

Übungsblatt 1 , Abgabe: 25.10.99, 15.00 Uhr, Übungskasten F 13

Aufgabe 1: (4 Punkte)
Sei A eine reelle invertierbare (n,n)-Matrix und $b \in \mathbb{R}^n$. Sei $g(x) = f(Ax+b)$ mit $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$.
Zeigen Sie:

(a) $g \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$

(b) $\hat{g}(\xi) = \frac{1}{\det(A)}\, e^{ib\cdot A^{-T}\xi}\hat{f}(A^{-T}\xi)$.

Aufgabe 2: (4 Punkte)
Sei $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ und $v(\xi) = \hat{f}/(1+|\xi|^2)$.
Zeigen Sie:

(a) $v \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$

(b) $-\Delta\tilde{v} + \tilde{v} = f$ in $\mathbb{R}^n$.

Aufgabe 3: (4 Punkte)
Zeigen Sie:

$$\int_0^\infty \frac{\sin(x\xi)}{x}dx = \frac{1}{2}\cdot\pi \operatorname{sgn}(\xi)\ , \quad \xi \neq 0$$

Aufgabe 4: (Programmieraufgabe)

(a) Schreiben Sie eine Bibliothek, die folgende Funktionen enthält:

1. Lesen einer Matrix aus einer Datei. Die Datei enthält die Matrix in folgender Form:

   Anzahl der Spalten Anzahl der Zeilen 1

   Matrixelemente zeilenweise als Fließkommazahlen

   Beispiel:

3	2	1
0.4	1.2	3.0
4.1	2.7	1.9

2. Schreiben einer Matrix in eine Datei, Format wie unter 1.
3. Besetzen einer $n \times m$ - Matrix A durch eine Funktion f in folgender Form:

$$A_{ik} = f\left((i-1)/(n-1),(k-1)/(m-1)\right) \ , \quad i = 1,\ldots,n \ , \quad k = 1,\ldots,m \ .$$

(b) Schreiben Sie ein Programm, das eine Matrix einliest, auf ihr eine zweidimensionale Faltung ausführt und sie wieder abspeichert.

Die Faltung zweier $n \times n$-Matrizen ist definiert durch:

$$F_{ik} = \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{\ell=0}^{n-1} A_{i-j,k-\ell} B_{j,\ell}$$

Hierbei sind alle Indizes modulo n zu verstehen.

Testen Sie Ihr Programm mit der Matrix

/share/numeric/vorlesungen/BV/image.txt

und der Faltungsmatrix

$$B_{0,1} = 1 \ , \quad B_{0,-1} = -1 \ , \quad B_{ik} = 0 \ \text{ sonst } .$$