
Arbeitsblatt zum Praktikum
Wissenschaftliches Rechnen
WS 2012/13 — Blatt 6

Abgabe: 22.1.2013 per E-Mail

Für die folgenden Aufgaben sei verwiesen auf die Online-Dokumentation von Dune-FEM unter <http://www.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/Research/projects/kr/dune/>. Als Gitter soll der Einheitswürfel verwendet werden, der mit einem `ALUSimplexGrid` diskretisiert ist, und durch das Makrogitter `cube.dgf` beschrieben wird. Es soll jeweils ein `AdaptiveLeafGridPart` verwendet werden.

Aufgabe 1 (Dune-FEM Diskrete Funktionen)

(a) Stetige Funktionen:

- (i) Legen Sie eine stetige elementweise lineare diskrete Funktion mit Hilfe der Klasse `LagrangeDiscreteFunctionSpace` an. Dies erfordert vorheriges Anlegen eines Funktionenraumes, eines `Gridparts` und eines diskreten Funktionenraumes.
- (ii) Die analytische Funktion f_3 aus Aufgabe 2 soll in dem diskreten Funktionenraum interpoliert werden. Führen Sie diese Interpolation durch, indem Sie in einem Gitterdurchlauf über die Elemente jeweils die lokalen Freiheitsgrade durch Auswertung der Funktion f bestimmen. Die lokalen Koordinaten der Lagrange-Punkte sind über den `LagrangePointSet` in dem diskreten Funktionenraum verfügbar.
- (iii) Visualisieren Sie die Funktion in Paraview.
- (iv) Werten Sie die diskrete Funktion lokal in einem Lagrange-Knoten aus, vergleichen Sie den Funktionswert mit dem zugehörigen DOF-Wert und erläutern Sie die Beobachtung.

(b) Unstetige Funktionen:

- (i) Legen Sie eine diskrete Funktion mit Hilfe der Klasse `DiscontinuousGalerkinSpace` an, welche elementweise konstant ist.
- (ii) Führen Sie eine DOF-Iteration über die diskrete Funktion durch und weisen Sie jedem Freiheitsgrad seine Nummer in der Aufzählung zu.

- (iii) Visualisieren Sie die resultierende diskrete Funktion in Paraview.
- (iv) Werten Sie die diskrete Funktion lokal in einem Element aus (Hinweis: `localFunction(ElementType& e1)` in der diskreten Funktion erlaubt Zugriff auf die lokalen Freiheitsgrade und lokale Auswertungen). Vergleichen Sie den erhaltenen Funktionswert mit dem zugehörigen DOF-Wert und erläutern Sie die Beobachtung.

Aufgabe 2 (Dune-FEM Quadraturen)

Gegeben sind folgende Funktionen für $x = (x_1, x_2, x_3)^T \in \Omega := [0, 1]^3$:

$$f_1(x) = 1 \quad f_2(x) = x_1^5 x_2^3 + x_3^8 \quad f_3(x) = x_1(1 - x_1)(1 - x_2) \cos(\pi x_3).$$

- (a) Schreiben Sie ein Programm, welches $\int_{\Omega} f_i$ für $i = 1, 2, 3$ mittels numerischer Quadratur über dem Gitter approximiert. Die Ordnung der Quadraturen soll von 1 bis 5 gewählt werden, die Ergebnisse in einer Tabelle gesammelt und interpretiert werden.
- (b) Wiederholen Sie Teil a) zur Berechnung von $\int_{\partial\Omega} f_i$ für $i = 1, 2, 3$.