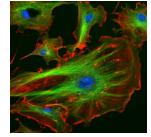


Übungen zur Vorlesung
**Variationsmethoden in der Biomedizinischen
Bildgebung**



WS 2010/11 — Blatt 6, Abgabe: Fr. 26.11., 12 Uhr, BK 86

Aufgabe 1 (Registrierung, Monotonie)

(5 Punkte)

Wir betrachten das Registrierungsproblem

$$f_R = f_T \circ y , \quad (1)$$

mit einem Templatebild f_T einem Referenzbild f_R und einer gesuchten Gittertransformation y . Zeigen Sie:

- (a) Falls das Templatebild f_T monoton ist, so gibt es eine eindeutige Gittertransformation y , so dass die Gleichung in (1) erfüllt ist.
- (b) Umgekehrt: Falls das Templatebild f_T nicht monoton ist, so ist eine Lösung y nicht eindeutig.

Aufgabe 2 (Registrierung, rigide Transformationen)

(5 Punkte)

Wir betrachten die Klasse der rigiden Transformationen in 2D aus der Vorlesung, d.h.

$$y(x; w) = Q(x) g(w) ,$$

mit

$$Q(x) := \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & x_2 & 1 \end{pmatrix}$$

und

$$g(w) := (\cos w_1, -\sin w_1, w_2, \sin w_1, \cos w_1, w_3)^T .$$

- (a) Betrachten Sie als Referenzbild f_R eine ellipsenförmige Gaußverteilung, d.h.

$$f_R(x) := \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} e^{-\frac{(x_1-m_1)^2}{2\sigma_1^2}-\frac{(x_2-m_2)^2}{2\sigma_2^2}} ,$$

und als rigide transformiertes Templatebild eine weitere ellipsenförmige Gaußverteilung,

$$f_T(y(x; w)) := \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} e^{-\frac{(x_1-m'_1)^2}{2\sigma_2^2}-\frac{(x_2-m'_2)^2}{2\sigma_1^2}} ,$$

mit Mittelpunkten (m_1, m_2) und (m'_1, m'_2) mit $m_1 < m'_1$ sowie $m_2 < m'_2$ und Standardabweichungen $\sigma_1 < \sigma_2$. Geben Sie an, für welche Parameter w die parametrisierte Transformation y Template- und Referenzbild miteinander registriert.

- (b) Untersuchen Sie das Variationsproblem zur rigide-parametrischen Registrierung,

$$\frac{1}{2} \|f_T(y(x; w)) - f_R(x)\|_2^2 \rightarrow \min_{w=(w_1, w_2, w_3)} ,$$

auf Konvexität bzgl. w , sowie auf Existenz und Eindeutigkeit einer Lösung w .

Aufgabe 3 (Registrierung und Regularisierung)

(5 Punkte)

Gegeben sei ein sehr einfaches Registrierungsproblem mit $f_R = 6$ als Referenzdatensatz und $f_T(y) = y_1 + y_2 + y_3$ als Templatedatensatz.

- (a) Überlegen Sie sich eine einfache Parametrisierung $y(w) := ?$ (als a priori-Information), sodass Sie zeigen können, das folgende Variationsproblem

$$\frac{1}{2}(f_T(y(w)) - f_R)^2 \rightarrow \min_w$$

eine eindeutige Lösung besitzt.

- (b) Wir betrachten das Registrierungsproblem ohne Parametrisierung und stellen ein Variationsproblem mit Regularisierung auf

$$\frac{1}{2}(f_T(y) - f_R)^2 + \frac{\alpha}{2} \left((y_1 - y_2)^2 + (y_2 - y_3)^2 \right) \rightarrow \min_y .$$

Bestimmen Sie die Lösung dieses Variationsproblems für $\alpha = 1$ und für die Grenzwerte $\alpha \rightarrow 0$ sowie $\alpha \rightarrow \infty$.

Aufgabe 4 (Registrierung im Hörsaal)

(5 Punkte)



Melden Sie sich auf einem der Rechner unseres Fachbereichs grafisch an. In einer Konsole(Terminal) verwenden Sie die Befehle `. init_environ` und danach `environ numeric`, um die Voreinstellungen unseres Instituts zu aktivieren. Starten Sie in der Konsole unsere GUI zur Registrierung mit FAIR (Jan Modersitzki) mit Hilfe des Befehls `rungui`. Versuchen Sie sich anhand der vordefinierten Testbeispiele mit dem Programm vertraut zu machen. Wählen Sie anschließend in der Auswahlliste den Punkt `freies Bild` und geben Sie jeweils Template- und Referenzbild für die vier Beispiele von der Vorlesungsseite an. Schalten Sie die Bedienung von `Simple` auf `Full` um, damit u.a. die Checkbox für das Speichern der Ergebnisse erscheint. Testen und vergleichen Sie zunächst die affine mit einer nicht-parametrischen Registrierung. Was beobachten Sie? Vergleichen Sie Resultate für verschiedene Datenterme und Regularisierer (mit und ohne zusätzliches starkes Rauschen). Was beobachten Sie? Speichern Sie *aussagekräftige* und *interessante* Resultate ab. Die Resultate werden automatisch im aktuellen Ordner ablegt.

Viel Spaß!