

Bildregistrierung und ihre Anwendungen

Skiseminar auf der Zaferna Hütte

Sebastian Suhr

Westfälische Wilhelms Universität Münster

Februar 2011

Motivation

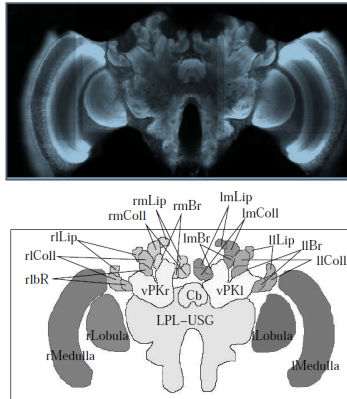


Abbildung: Bienenhirn(aufgenommen mit Konfokalmikroskop) und dessen Segmentierung[5]

Bildaufnahme-Methoden

Die zu bearbeitenden Bilder können dabei auf verschiedene Arten gewonnen werden, so etwa:

- Computer-Tomographie
- Magnetresonanz-Tomographie
- Ultraschall
- Mammographie
- Positronen-Emissions-Tomographie

Das Bild

Definition

Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ (üblicherweise $d=2$ oder $d=3$) kompakt. Ein Bild ist dann eine Funktion $L : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ mit den folgenden Eigenschaften:

- $0 \leq L(x) < \infty \quad \forall x \in \Omega$
- $\int_{\Omega} L(x)^k dx < \infty$ für $k > 0$

L ist dabei der Grauwert.

Unterscheidung zwischen diskretem und kontinuierlichem Grundraum.

Bei einem diskreten Grundraum kann man L als Matrix darstellen.

Bilder

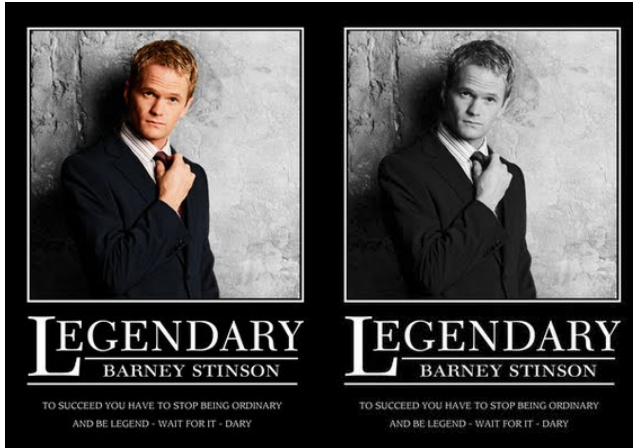


Abbildung: Farb- und Graustufenbild von Barney Stinson (©CBS) aus [6]

Segmentierung

Segmentierung ist die Unterteilung des Bildes in verschiedene gleichartige Teile. Mathematisch können wir das so fassen:

Definition

Gegeben sei der Grundraum Ω eines Bildes. Eine Segmentierung ist ein System von Mengen $(S_i)_{i=1}^N$ mit:

- $S_i \subset \Omega$ für $i=1, \dots, N$
- $S_i \neq \emptyset$ für $i=1, \dots, N$
- $S_i \cap S_j = \emptyset$ für $i \neq j$
- $\bigcup_{i=1}^N S_i = \Omega$

Üblicherweise sind die S_i zusammenhängend.

Sonst: Pixel-Classification

Weiterverarbeitung

Der nächste Schritt ist es nun, diesen Regionen/Klassen eine Bedeutung zuzuweisen, das Labeling. Dies kann manuell oder mit Hilfe eines Computers durchgeführt werden.

Zu Schwierigkeiten bei der Segmentierung führen:

- Bildrauschen
- Intensity Inhomogeneities
- Partial Volume effects

Bildrauschen



Abbildung: Bildrauschen tritt auf, wenn einzelne Pixelwerte komplett falsch oder teilweise gestört sind. [7]

Intensity Inhomogeneities

Als „intensity inhomogeneities“ werden verschiedene Phänomene bezeichnet:

- 1 Schatten auf dem Bild
- 2 Überschneidung der Intensitätsbereiche verschiedener anatomischer Strukturen



Abbildung: Intensity-Inhomogeneity: Original und mit Matlab-Tool „LEMS“ korrigierte Form [8]

Partial Volume effects

Partial Volume effects entstehen, wenn mehrere Gewebearten durch ein Pixel verlaufen. Dabei können eigentlich starke Konturen verwaschen, so dass z.B. starke Grenzen nicht mehr zu sehen sind.



Abbildung: Schematische Darstellung eines Partial Volume effects

Abhilfe dabei schafft:

Soft Segmentation

Idee: Statt nur einer Klasse lässt man in einem Pixel mehrere verschiedene zu. Dies führt auf eine Verallgemeinerung der charakteristischen Funktion:

Definition

Eine Funktion $M: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^K$, $M(j) = \begin{pmatrix} m_1(j) \\ \dots \\ m_K(j) \end{pmatrix}$ heißt

Mitgliedschaftsfunktion, wenn gilt:

- $\sum_{k=1}^K m_k(j) = 1 \quad \forall j \in \Omega$
- $0 \leq m_k(j) \leq 1 \quad \forall k, j$

Jede weiche Segmentierung lässt sich leicht in eine harte umwandeln.

Kategorien von Segmentierungsmethoden

Man unterscheidet die folgenden Arten von Segmentierungsmethoden:

- Thresholding
- region-growing
- classifiers
- clustering
- Markov Random Fields
- künstliche neuronale Netzwerke
- deformable Models
- Atlas-basierte-Segmentierung

Thresholding

Festlegen eines Intensitäts-Wert (Threshold) zur Trennung der Klassen.

Alle Pixel mit größerer Intensität als der Threshold bilden eine Klasse, alle anderen die zweite.

Auch Multi-Thresholding möglich. Es ist effektiv, wenn verschiedene Strukturen starken Kontrast haben.

Nachteile:

- Kann nicht auf Mehrkanalbilder (z.B. Farbbilder) angewendet werden
- Störungsanfälligkeit gegen Rauschen und intensity inhomogeneities

Ein Thresholding Bild

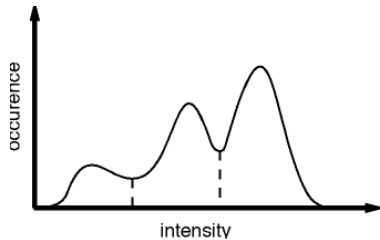


Abbildung: Intensitäts-Histogramm eines Bildes[1]

Atlas-artige-Segmentierung

Behandelt die Segmentierung als Registrierungs-Problem.
Zunächst wird ein vorsegmentierter Atlas in ein zu segmentierendes Bild transformiert (atlas-warping).

Hauptsächlich eingesetzt bei: MR-Gehirn-Bildern

Vorteile:

- Segmentierung und Labels werden übertragen
- Liefern System zum Studieren von Eigenheiten in der Form

Problem: Schwierig, gute Segmentierungen für komplexe Strukturen zu finden

Weiterentwicklungen:

- Benutzung probabilistischer Atlasse
- Manuelles Setzen von Orientierungspunkten für die Transformation (Landmark-Registration)

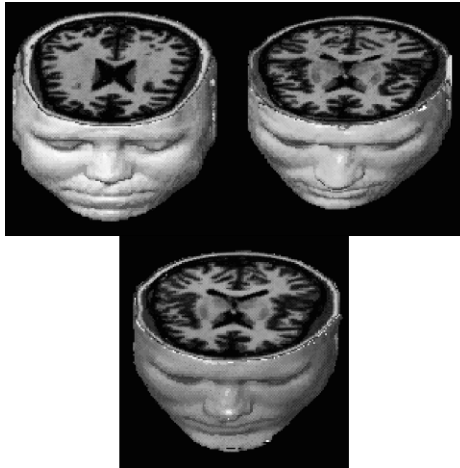


Abbildung: Atlas-basierte-Segmentierung: Objekt, Referenz, transformiertes Objekt [1]

Registrierung - was ist das überhaupt?

- Registrierung ist der Prozess, verschiedene Aufnahmen der gleichen Szene in Übereinstimmung zu bringen.
- Dabei gibt es ein Referenzbild sowie ein oder mehrere Objektbilder.
- Unterschiede in den zu registrierenden Bildern sind z.B. Position, Zeitpunkt, etc.

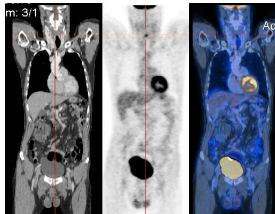


Abbildung: Links: CT-Bild, Mitte: PET Bild, Rechts: Ergebnis einer Registrierung, Bild aus [2]

Mathematische Fassung

Definition

Gegeben sind zwei Bilder, ein Referenzbild \mathcal{R} und ein Templatebild \mathcal{T} .

Gesucht ist eine *plausible* Transformation y , die angewendet auf \mathcal{T} , dieses *ähnlich* zu \mathcal{R} transformiert und eventuellen *Nebenbedingungen* genügt. [3]

Mathematische Fassung

Definition

Gegeben sind zwei Bilder, ein Referenzbild \mathcal{R} und ein Templatebild \mathcal{T} .

Gesucht ist eine *plausible* Transformation y , die angewendet auf \mathcal{T} , dieses *ähnlich* zu \mathcal{R} transformiert und eventuellen *Nebenbedingungen* genügt. [3]

Wir erhalten damit folgende Formulierung des Problems:

$$\mathcal{J}(y) = \mathcal{D}(y) + \alpha S(y) + \beta C^{soft}(y) \rightarrow \min$$

unter den Nebenbedingungen $C^{hard}(y) = 0$

- \mathcal{D} Distanzmaß (\rightarrow Ähnlichkeit)
- S Regularisierer (\rightarrow Plausibilität)
- C Nebenbedingungen

Distanzmaße - Ähnlichkeitsbegriff

Versuch, die Ähnlichkeit zweier Bilder über Distanzmaße zu fassen.
Dabei soll das Maß bei großer Ähnlichkeit minimal werden.
Vorgestellt werden hier die folgenden zwei Distanzmaße:

- Summe der quadrierten Differenzen (SSD)
- Normalisiertes Gradienten Feld (NGF)

Summe der quadrierten Differenzen(SSD)

Idee: punktwiser Vergleich der Grauwerte.

$$\mathcal{D}^{ssd}[\mathcal{I}, \mathcal{R}, y] = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\mathcal{I}(y(x)) - \mathcal{R}(x))^2 dx$$

Vorteil: Schnell auszuwerten

Nachteil: Nicht geeignet, wenn korrespondierende Strukturen unterschiedliche Grauwerte haben (z.B. Ultraschall und CT)

Normalisiertes Gradienten Feld(NGF)

Statt die Grauwerte zu vergleichen, misst man die Bildgradienten, um korrespondierende Kanten zu finden.

Das Maß lässt sich dann über eine Flächeninhaltsberechnung des aufgespannten Parallelogramms gewinnen.

Erster Ansatz: Kreuzprodukt:

$$\mathcal{D}^{ngf}[\mathcal{I}, \mathcal{R}, y] = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left\| \frac{\nabla \mathcal{I}(y(x))}{\|\nabla \mathcal{I}(y(x))\|} \times \frac{\nabla \mathcal{R}(x)}{\|\nabla \mathcal{R}(x)\|} \right\|^2 dx$$

Normalisiertes Gradienten Feld(NGF)

Statt die Grauwerte zu vergleichen, misst man die Bildgradienten, um korrespondierende Kanten zu finden.

Das Maß lässt sich dann über eine Flächeninhaltsberechnung des aufgespannten Parallelogramms gewinnen.

Erster Ansatz: Kreuzprodukt:

$$\mathcal{D}^{ngf}[\mathcal{I}, \mathcal{R}, y] = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left\| \frac{\nabla \mathcal{I}(y(x))}{\|\nabla \mathcal{I}(y(x))\|} \times \frac{\nabla \mathcal{R}(x)}{\|\nabla \mathcal{R}(x)\|} \right\|^2 dx$$

Besser: Skalarprodukt:

$$\mathcal{D}^{ngf}[\mathcal{I}, \mathcal{R}, y] = \int_{\Omega} 1 - \left(\frac{\langle \nabla \mathcal{I}(y(x)), \nabla \mathcal{R}(x) \rangle}{\|\nabla \mathcal{I}(y(x))\| \|\nabla \mathcal{R}(x)\|} \right)^2 dx$$

Einfachstes Beispiel: Landmarken Registrierung

Idee: Finde eine Transformation, so dass gewisse Punkte (Landmarken) auf einander abgebildet werden.

Formulierung des Landmarken-Registrierungs Problems

Sei $m \in \mathbb{N}$ und die Features $F(\mathcal{R}, j)$ und $F(\mathcal{T}, j)$, $j=1, \dots, m$ gegeben. Gesucht ist nun eine Transformation y , so dass:

$$F(\mathcal{R}, j) = y(F(\mathcal{T}, j))$$

[4]

Dabei wird das folgende Distanzmaß definiert:

$$\mathcal{D}^{LM}(y) = \sum_{j=1}^m \|F(\mathcal{R}, j) - y(F(\mathcal{T}, j))\|_f^2$$

(Nicht) Parametrische Registrierung

Man unterscheidet i.A. zwischen zwei Registrierungsarten:

- parametrische Registrierung
- nicht parametrische Registrierung

Bei der parametrischen Registrierung wird die Transformation als Kombination von Basisfunktionen gesucht (z.B. affin lineare Registrierung).

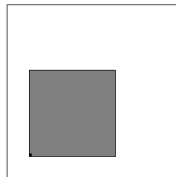
Bei der nicht parametrischen Registrierung wird die Transformation in einem Funktionenraum (z.B. Sobolev Raum) gesucht.

Registrierung als schlecht gestelltes Problem

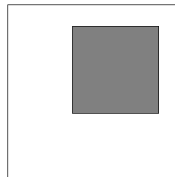
Definition

Ein Problem der Form $F(x) = y$ ist gut gestellt, wenn es den folgenden drei Anforderungen genügt:

- 1 **Existenz:** Für alle adäquaten Daten existiert eine Lösung des Problems.
- 2 **Eindeutigkeit:** Für alle adäquaten Daten ist die Lösung eindeutig.
- 3 **Stabilität:** Die Lösung hängt stetig von den Daten ab.



(a) Reference



(b) template

Regularisierer

Um diese Schwierigkeit zu lindern *regularisiert* man:

① **elastischer Regularisierer:**

$$\mathcal{J}^{elas}[y] = \int_{\Omega} \frac{\mu}{4} \sum_{j,k=1}^d (\partial_{x_j} y_k(x) + \partial_{x_k} y_j(x))^2 + \frac{\lambda}{2} (\operatorname{div} y(x))^2 dx$$

② **diffusiver Regularisierer**

$$\mathcal{J}^{diff}[y] = \frac{1}{2} a[y, y] \text{ mit } a[y, y] = \sum_{e=1}^d \int_{\Omega} \langle \nabla y_e(x), \nabla y_e(x) \rangle dx$$

③ **curvature basierter Regularisierer**

$$\mathcal{J}^{curv}[y] = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sum_{e=1}^d (\Delta y_e(x))^2 dx$$

Analyse

Es ergibt sich also das bereits bekannte Registrierungsproblem:

$$\mathcal{J}(y) = \mathcal{D}(y) + \alpha S(y) + \beta C^{\text{soft}}(y) \rightarrow \min$$

Um Erkenntnisse über die Existenz von Lösungen zu erhalten benutzt man:

Definition

Nehmen wir an, dass das Funktional $I[\cdot]$ die Form

$$I[w] = \int_{\Omega} L(Dw(x), w(x), x) dx$$

hat. Dann heißt L die zu $I[\cdot]$ gehörige Lagrange-Funktion.

Analyse

Definition

Sei L die Lagrange-Funktion von $I[\cdot]$. Dann heißt L koerziv, wenn gilt:

$$L(P, x, z) \geq \gamma |P|^q - \beta \quad (1)$$

für Konstanten $\gamma > 0, \beta \in \mathbb{R}$

Theorem

Sei L koerziv wie oben und konvex in der Variable P . Sei außerdem die zulässige Menge $\mathcal{A} = W^{1,q}$ nichtleer. Dann existiert ein Minimierer des Funktionals I in $W^{1,q}$.

Lösung des Registrierungsproblems

Man unterscheidet zwei Lösungsstrategien für dieses Minimierungsproblem:

- Discretize-then-Optimize (DTO)
- Optimize-then-Discretize (OTD)

Bei DTO wird das Funktional zunächst diskretisiert und dann (z.B. mittels Newton-artiger Methoden) optimiert.

OTD und Euler-Lagrange Gleichungen

Bei OTD wird die Optimalitätsbedingung, die so genannten Euler-Lagrange Gleichungen, direkt gelöst:

	Euler-Lagrange-Gleichungen	Randbedingungen
S^{elas}	$\mu \Delta y + (\lambda + \mu) \nabla \operatorname{div} y = f(x, y(x))$	$\operatorname{div} y = \langle \nabla y_e + \partial x_e y, \vec{n} \rangle = 0$
S^{diff}	$\alpha \Delta y(x) = f(x, y(x))$	$\langle \nabla y_e(x), \vec{n} \rangle = y_e = 0$
S^{curv}	$-\alpha \Delta^2 y(x) = f(x, y(x))$	$\Delta y_e(x) = \langle \nabla \Delta y_e, \vec{n} \rangle = 0$

Dabei gelten die Gleichungen für $e = 1, \dots, d$. Weiterhin ist \vec{n} der Einheitsnormalenvektor in x . Ferner ist

$$f : \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$$

definiert durch

$$f(x, y(x)) := -(\mathcal{R}(x) - \mathcal{I}(y(x))) \nabla \mathcal{I}(y(x))$$

Quellen

- [1] Dzung L. Pham et al. Current Methods in Medical Image Segmentation
- [2] <http://de.wikipedia.org/wiki/Bildregistrierung>
- [3] Nils Papenberg Ein genereller Registrierungsansatz mit Anwendungen in der Leberchirurgie
- [4] Jan Modersitzki, Numerical Methods for Image Registration
- [5] Torsten Rohlfing et al. Segmentation of Three-Dimensional Images Using Non-Rigid Registration: Methods and Validation with Application to Confocal Microscopy Images of Bee Brains
- [6] http://4.bp.blogspot.com/_UBPZEOdDYLU/SmGP9Yjz9I/AAAAAAAAAFI/7dTayRWRrEg/s400/Legendary____Barney_Stinson_by_SouthernDesigner.jpg
- [7] Martin Burger, Skriptum zur Vorlesung „Mathematische Bildverarbeitung“

Quellen (2)

[8] Olivier Salvado et al. Method to correct intensity inhomogeneity in MR images for atherosclerosis characterization