

Übungen zu Mathematische Grundlagen der Nachrichtentechnik

Übungsblatt 10 , Abgabe: 15.7.04, 13.00 Uhr, Übungskasten 49.

Aufgabe 1: (4 Punkte)Die Operatoren $\uparrow q$ and $\downarrow p$ kommutieren genau dann, wenn $\text{ggT}(p, q) = 1$.**Aufgabe 2:** (4 Punkte)Bestimmen Sie einen kausalen Filter mit $|H'(\omega)| = \cos^2 \frac{\omega}{2a}$. Ist er bis auf die Phase eindeutig bestimmt?**Aufgabe 3:** (4 Punkte)Sei B der Operator

$$(Bf)(t) = \frac{\Omega}{\pi} \int \text{sinc } \Omega(t - s) f(s) ds$$

in $L_2(\mathbb{R}^1)$. Zeigen Sie:

1. $B^2 = B$.
2. B ist positiv semidefinit.

Aufgabe 4: (4 Punkte)Ein Filter heißt Allpass-Filter, falls seine z -Transformation auf dem Einheitskreis den Betrag 1 hat. Zeigen Sie:

$$H(z) = \prod_{l=1}^L \frac{z_l \bar{z}_l - 1}{z - z_l}$$

ist die z -Transformation eines Allpasses, falls die z_l alle strikt außerhalb des Einheitskreises liegen.

Aufgabe 5: (4 Punkte)

Im Standard für ISDN-Kommunikation wird ein ADPCM-Encoder (Adaptive Differential PulseCode Modulation) definiert. Die schematische Definition des Netzwerks finden Sie unten. Der Prediktor aus A und B macht eine Vorhersage für das wahrscheinliche Signal $\hat{x}$, die Differenz $x - \hat{x}$ wird kodiert. In unserer Betrachtung ignorieren wir den Quantisierer Q und betrachten vereinfacht lineare Filter.

1. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion dieses Netzwerks.
2. Zeigen Sie: $r(n) = x(n)$.

