Übungen zu Mathematische Grundlagen der Nachrichtentechnik

Übungsblatt 7 , Abgabe: 17.6.04, 13.00 Uhr, Übungskasten 49.

Aufgabe 1: (4 Punkte)Sei $f \in \mathcal{S}(\mathbf{R})$ reell und kausal. Zeigen Sie:

$$\begin{aligned} f(t) &= 4(2\pi)^{-1/2} \int_0^\infty \operatorname{Re} \hat{f}(\omega) \cos \omega t d\omega \\ &= -4(2\pi)^{-1/2} \int_0^\infty \operatorname{Im} \hat{f}(\omega) \sin \omega t d\omega \end{aligned}$$

Aufgabe 2: (4 Punkte)Berechnen Sie die Fouriertransformation der kausalen Signale, die für $t > 0$ durch

$$x_n(t) = t^n e^{-\lambda t}, \quad \lambda > 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

bzw.

$$y(t) = \cos(\omega_0 t)$$

gegeben sind. Hinweis zu y : Setzen Sie den Realteil von $\hat{y}$ als $c \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0))$ an und berechnen Sie mit der Hilberttransformation den Imaginärteil.**Aufgabe 3:** (4 Punkte)Seien x, h stabil und $y = h * x$. Zeigen Sie, daß dann auch y stabil ist.

Hinweis: Benutzen Sie den Satz von Fubini in der Form des Buches J. Elstrodt, Maß- und Integrationstheorie.

Aufgabe 4: (4 Punkte)Sei x Ω -bandbeschränkt und $y = \mathcal{H}x$. Zeigen Sie:

$$y(t) = \frac{2}{\pi} \int x(t-s) \frac{\sin^2(\Omega s)}{s} ds.$$