

Übungen zu Mathematische Grundlagen der Nachrichtentechnik

Übungsblatt 4 , Abgabe: 20.5.04, 13.00 Uhr, Übungskasten 49.

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Zeigen Sie: Für $h < \frac{\pi}{\Omega}$ gilt

$$e^{i\Omega x} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} e^{i\Omega k h} \operatorname{sinc} \frac{\pi}{h} (x - kh)$$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Sei f lokal integrierbar in $\mathbb{R}^1$ und periodisch mit der Periode $2A$. Zeigen Sie:

$$\begin{aligned} \hat{f} &= (2\pi)^{1/2} \sum_k \hat{f}_k \delta_{\pi k/A} , \\ \hat{f}_k &= \frac{1}{2A} \int_{-A}^{+A} f(x) e^{-i\pi x k/A} dx . \end{aligned}$$

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Sei f stetig differenzierbar in $\mathbb{R}^1$ und periodisch mit der Periode $2A$. Zeigen Sie:

$$\int_{-A}^A f(x) dx = h \sum_{k=0}^{p-1} f(hk) - 2A \sum_{\ell \neq 0} \hat{f}_{\ell p} , \quad h = 2A/p$$

mit den f_k aus Aufgabe 2.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Sei mit der Notation von Aufgabe 3, Blatt 2

$$f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} z^k / |z|^k & , \quad |z| \leq 1 \\ 0 & , \quad \text{sonst} . \end{cases}$$

- Stellen Sie $f(x)$ in $[-1, +1]^2$ auf einer 129×129 -Matrix dar, $k = 10, 20, 30, 40$.
- Stellen Sie die zweidimensionale sinc-Reihe $S_h f$ für $h = 1/16$ wie in (a) dar.
- Vergleichen Sie die beiden Bilder.