
Arbeitsblatt zum Praktikum
Scientific Computing
SS 2012 — Blatt 1

Abgabe: 17.04.2011 per Email

Aufgabe 1.1 (Reduzierte Basis)

Folgendes Problem soll mithilfe reduzierter Basen gelöst werden:
Finde u auf $[0, 1]$, sodass

$$\underbrace{-\Delta(ku)}_{,,b^{\prime \prime}} + \underbrace{mu}_{,,a^{\prime \prime}} = f \quad \text{auf } [0, 1],$$
$$u = 0 \quad \text{auf } \partial[0, 1],$$

wobei $k \in [0.01, 1.0]$ und $m \in [0, 10]$ frei wählbare Parameter seien.

Implementieren Sie die folgenden Funktionen

- `detailed_data = my_gen_detailed_data(model, model_data)`: Diese Funktion soll wichtige Informationen für die detaillierte Simulation zurückgeben. Dabei soll in der Struktur `detailed_data` folgendes gespeichert werden:
 - alle Variablen aus `model`,
 - die Gram-Matrix `K`,
 - die nach Gram-Schmidt orthonormalisierte reduzierte Basis `RB`,
 - die parameterunabhängigen Variablen `a_comp`, `b_comp` und `f_comp`.

Gehen Sie dabei wie folgt vor: Generieren Sie (`RB_Mtrain_size`) zufällige Werte für die Parameter, führen Sie die detaillierte Simulation für alle Parameter aus und generieren Sie die reduzierte Basis mithilfe der Funktion `orthonormalize_gram_schmidt()`.

- `reduced_data = my_gen_reduced_data(model, detailed_data)`: Diese Funktion soll wichtige Informationen für die reduzierte Simulation zurückgeben. Dabei soll in der Struktur `reduced_data` folgendes gespeichert werden:
 - die reduzierte Gram-Matrix `KN`,

- (b) die parameterunabhängigen Variablen `bN_comp`, `fN_comp` und `aN_comp`.
- (c) `rb_sim_data = my_rb_simulation(model, reduced_data)`: Folgendes soll in der Struktur `rb_sim_data` gespeichert werden:
 - (a) die reduzierte Lösung u_N .
- (d) `rb_sim_data = my_rb_reconstruction(model, detailed_data, rb_sim_data)`: Folgendes soll in der Struktur `rb_sim_data` gespeichert werden:
 - (a) die rekonstruierte Lösung u .

Verwenden Sie die vordefinierten Datenfunktionen `a_components()`, `a_coefficients()`, `b_components()`, `b_coefficients()`, `f_components()` und `f_coefficients()`.

Aufgabe 1.2 (PCA)

Tauschen Sie bei der Generierung der reduzierten Basis Gram-Schmidt durch PCA aus und vergleichen Sie. Benutzen Sie die Funktion `PCA_fixspace()`.

Zusatzaufgabe 1.3 (Reduzierte Basis)

Ersetzen Sie in Aufgabe (1.1) den Term mu durch mu^2 .

Aufgabe 1.4 (Eigenschaften der Gram-Matrix)

Sei X ein Hilbertraum und $\{u_i\}_{i=1}^N \subseteq X$ eine endliche Teilmenge mit zugehöriger Gram-Matrix $K_N = (u_i, u_j)_{i,j=1}^N \in \mathbb{R}^{N \times N}$. Dann gilt

- (a) K_N ist symmetrisch und positiv semidefinit.
- (b) $\text{rang } K_N = \dim(\text{span}\{(u_i)\}_{i=1}^N)$.

**Schicken Sie die fertigen Programme an
`mdrohmann@uni-muenster.de` und `stefan.girke@uni-muenster.de`.**