

Aufgabe 17: (4 Punkte)

Wir betrachten das lineare System in $u(x, t)$, $v(x, t)$

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} - x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + v + tx &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} + (1 - tx)u + t &= 0.\end{aligned}$$

- (a) Zeigen Sie, daß das System in \mathbb{R}^2 hyperbolisch ist und berechnen Sie die Charakteristiken.
- (b) Zeigen Sie, daß die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$u(x, 0) = x, \quad v(x, 0) = 0, \quad x \in \mathbb{R}^1$$

in $(\mathbb{R}^- \cup \{0\}) \times (\mathbb{R}^+ \cup \{0\}) \cup \{(x, t), 0 \leq t < \frac{1}{x}\}$ existiert.