

Übungen zur Vorlesung "PARTIELLE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN"

Übungsblatt 11 , Abgabe: 25.01.2001, 15.00 Uhr, Übungskasten 75 u. 76

Aufgabe 37: (4 Punkte)

Verifizieren Sie die Kirchhoffsche Formel für $n = 1$.

$$u(x, t) = \frac{1}{2} (f(x+t) + f(x-t)) + \frac{1}{2} \int_{x-t}^{x+t} g(y) dy \\ + \frac{1}{2} \int_0^t \int_{x-(t-\tau)}^{x+(t-\tau)} h(y, \tau) dy d\tau .$$

Aufgabe 38: (4 Punkte)

Leiten Sie die Kirchhoffsche Wellenformel für $n = 2$ ausführlich her.

$$u(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{|y|<t} \frac{g(x+y)}{\sqrt{t^2 - |y|^2}} dy + \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_{|y|<t} \frac{f(x+y)}{\sqrt{t^2 - |y|^2}} dy \\ + \frac{1}{2\pi} \int_{|y|<t} \int_0^{t-|y|} \frac{h(x+y, \tau)}{\sqrt{(t-\tau)^2 - |y|^2}} d\tau dy$$

Aufgabe 39: (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Riemannsche Funktion für

$$Lu = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{1}{x+y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) .$$

Hinweis: Machen Sie den Ansatz

$$R(x, y; \xi, \eta) = \frac{\xi + \eta}{x + y} \psi \left(\frac{(\xi - x)(\eta - y)}{(x + y)(\xi + \eta)} \right)$$

mit einer linearen Funktion ψ .

Aufgabe 40: (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Riemannsche Funktion für

$$Lu = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + cu, \quad c < 0 \text{ konstant,}$$

und lösen Sie die Anfangswertaufgabe

$$Lu = h \text{ in } \mathbb{R}^1 \times (0, \infty) \\ u = f, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = g \text{ in } \mathbb{R}^1 \times \{0\} .$$