Übungen zur Vorlesung OPTIMIERUNG II

Übungsblatt 4 : Abgabe, Montag, 10.05.1999, 9:00 Uhr, Übungskästen 38, 39

Aufgabe 10: (4 Punkte)
Ein Produktionsmodell führt auf das LP

$$\begin{array}{lrcrcrcr}
\text{maximiere} & 5x_1 & + & 4.5x_2 & + & 6x_3 & & \\
\text{unter} & 6x_1 & + & 5x_2 & + & 8x_3 & \leq & 60 \\
 & 10x_1 & + & 20x_2 & + & 10x_3 & \leq & 150 \\
 & & & & & x & \geq & 0
\end{array}$$

Die optimale Lösung ist $x_1 = 45/7,\ \ x_2 = 30/7,\ \ x_3 = 0,\ \ z_0 = 51\frac{3}{7}$ zur Basis $B = (1,2)$.
Die zweite Produktionsbeschränkung werde parametrisiert durch

$$10x_1 + 20x_2 + 10x_3 \leq 150 + t\ , \quad t \in \mathbb{R}\ .$$

Für welche Werte t ist die Basis $B = (1,2)$ optimal? Berechnen Sie $x_B(t)$.

Aufgabe 11: (4+4 Punkte)
Das Produktionsmodell

$$\begin{array}{lrcrcrcr}
\text{maximiere} & z = 6x_1 & + & 14x_2 & + & 13x_3 & & \\
\text{unter} & 0.5x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & \leq & 24 \\
 & x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & \leq & 60 \\
 & & & & & & & \\
 & & & x_1\ ,\ x_2\ ,\ x_3 & & & \geq 0 &
\end{array}$$

hat die optimale Lösung $x_1 = 36,\ \ x_2 = 0,\ \ x_3 = 6$ mit Basis $B = (1,3)$.

(a) Bestimmen Sie die optimalen Lösungen zu dem parametrischen Zielfunktional

$$z = (6+t)x_1 + (14+2t)x_2 + (13+2t)x_3$$

für alle $t \in \mathbb{R}$. Skizzieren Sie die Optimalwert - Funktion $w : \mathbb{R} \to \overline{\mathbb{R}}$.

(b) Berechnen Sie die optimalen Lösungen zur parametrischen rechten Seite

$$b(t) = \begin{pmatrix} 24+t \\ 60-t \end{pmatrix}$$

für alle $t \in \mathbb{R}$. Skizzieren Sie die Optimalwert - Funktion $w : \mathbb{R} \to \overline{\mathbb{R}}$.

Aufgabe 12: (4 Punkte)
Für das LP

$$\min\{cx \mid Ax \leq b,\ x \geq 0\}$$

diskutiere man die Kuhn-Tucker Bedingungen. Welche Bedeutung haben die Lagrange - Multiplikatoren? Für die Daten

$$c = (-2,3,-1)\ , \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\ , \quad b = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

berechne man die Menge $\Lambda(\overline{x})$ der Lagrange - Multiplikatoren im optimalen Punkt $\overline{x} = (6,6,0)^T$.