Prof. Dr. H. Maurer SS 1999

Übungen zur Vorlesung OPTIMIERUNG II

Übungsblatt 1 : Abgabe, Montag, 19.04.1999, 9:00 Uhr, Übungskästen 38, 39

Aufgabe 1: (4 Punkte)
Für das Optimierungsproblem

$$\max\{x + 3y + 20z \mid x^2 + 3y^2 - 20z^2 + c^2 = 0\}\ , \quad c > 0\ ,$$

bestimme man

(a) sämtliche Punkte (x, y, z, λ), die den Bedingungen von KUHN-TUCKER genügen.

(b) die globale Maximalstelle.

Aufgabe 2: (2+3+3 Punkte)
Ein "Allokationsproblem" führt auf ein separables Optimierungsproblem der Form

$$\min\{\sum_{k=1}^{n} f_k(x_k) \mid \sum_{k=1}^{n} a_k x_k = b\ , \quad x_k \geq 0\}$$

mit C^1-Funktionen $f_k : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ und Konstanten $a_k > 0,\ b > 0$.

(a) Diskutieren Sie die KUHN-TUCKER Bedingungen.

(b) Berechnen Sie die optimale Lösung $\overline{x} \in \mathbb{R}_+^n$ und den LAGRANGE - Multiplikator $\overline{\lambda} \in \mathbb{R}$ für den Fall

$$f_k(x_k) = c_k x_k + \frac{d_k}{x_k}\ , \quad x > 0\ , \quad c_k > 0\ , \quad d_k > 0\ .$$

Zeigen Sie dazu, daß $\overline{\lambda}$ die Nullstelle einer nichtlinearen Gleichung ist.
Bestimmen Sie $\overline{\lambda}$ explizit im Falle $c_k = c a_k \quad (k = 1, \ldots, n),\ c > 0$.

(c) Bestimmen Sie für $n = 2$ und $n = 3$ die optimale Lösung im Falle

$$f_k(x) = \ell n \left(kx + \frac{1}{k}\right)\ , \quad x \geq 0\ , \quad a_k = 1\ , \quad b = 1\ .$$

Aufgabe 3: (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass der Punkt $(\overline{x}, \overline{y}) = (1, 1)$ die (globale) Maximalstelle des folgenden Optimierungsproblems ist.

$$\begin{array}{rl} \text{Maximiere} & x \cdot y \\ \text{unter} & x + y = 2\ , \quad x \geq 0\ , \quad y \geq 0 \end{array}$$

Hinweis: Prüfen Sie die hinreichenden Bedingungen 2. Ordnung nach.