Institut für Numerische und Angewandte Mathematik
FB Mathematik und Informatik der Universität Münster
Prof. Dr. M. Ohlberger, Dipl.-Math. C. Himpe

08.01.2015

Übung zur Vorlesung

Numerische Lineare Algebra

Wintersemester 2014/2015 — Blatt 11

Abgabe: 15.01.2015, vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (Hessenberg Form) (4 Punkte)
Transformieren Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 2 \\ -1 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

auf Hessenberg Form.

Aufgabe 2 (Vektoriteration) (4 Punkte)

a) Sei $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$. Zeigen Sie, dass für $\mu \in \mathbb{R}$ gilt: λ EW von $A \Rightarrow \lambda - \mu$ ist EW von $A - \mu I$.

b) Unter Ausnutzung der Vektoriterationsmethoden bestimme man eine Näherung für das Spektrum der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -8 & -2 & -3 \\ -2 & 4 & 2 \\ -3 & 2 & 15 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3 (QR-Verfahren) (4 Punkte)
Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ regulär. Die QR-Zerlegung $A = QR$ sei gegeben. Zeigen Sie, dass für $A^1 = RQ$ gilt:

a) $\det(A) = \det(A^1)$,

b) A Hessenbergmatrix $\Rightarrow A^1$ Hessenbergmatrix,

c) A symmetrische Bandmatrix der Bandbreite m, d.h. $a_{ij} = 0$ für $|i - j| \geq m + 1 \Rightarrow A^1$ ist symmetrische Bandmatrix der Bandbreite m.

Aufgabe 4 (Programmieraufgabe: Vektoriteration) (4 Punkte)
Schreiben Sie jeweils eine Routine zur Bestimmung des (betragsmäßig) größten und kleinsten Eigenwerts unter Verwendung der Vektoriteration bzw der inversen Vektoriteration. Bestimmen Sie so die Kondition der Tridiagonalmatrix

$$D = (N+1)^2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ & & & -1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{N \times N},$$

für $N = \{2, 4, 8, 16, 32, 64\}$.