Übungen zur Vorlesung Numerische Lineare Algebra

Übungsblatt 6, Abgabe: Freitag, 29.11.2013, 12.00 Uhr

Aufgabe 1: (4 Punkte)
Zeigen Sie Satz 3.15 aus der Vorlesung: Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine reguläre Matrix. Dann gibt es nur eine rechte obere Dreiecksmatrix R mit positiven Diagonaleinträgen und eine orthogonale Matrix Q, sodass $A = QR$.

Aufgabe 2: (4 Punkte)
Für die Messwerte (t_i, y_i) aus der folgenden Tabelle

t_i	0.21	0.62	1.19	2.01	2.42	4.18
y_i	2.23	2.49	4.22	6.13	6.95	1.01

wird ein kubischer Zusammenhang $y(t) = \alpha + \beta t + \gamma t^2 + \delta t^3$ mit $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ vermutet.

(a) Stellen Sie das zugehörige Gleichungssystem $Ax = b$ mit $x = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix}$ auf.

(b) Bestimmen Sie die Lösung des Ausgleichsproblems mit Matlab, indem Sie die QR-Zerlegung von A berechnen und anschliessend das verbleibende gestaffelte System lösen.

(c) Geben Sie die Norm des Fehlers $\|Ax - b\|_2$ an.

(d) Plotten Sie die Lösung und die Messwerte zusammen in einer *Figure* für $t \in [-1, 5]$.

Aufgabe 3: (4 Punkte)
Aus einem Experiment ergeben sich die Wertepaare (t_i, y_i) für $i = 1, \dots, m$, $\sum_{i=1}^m t_i = 0$, $m > 2$. Berechnen Sie die allgemeine Form der Ausgleichsgerade.

Aufgabe 4: (4 Punkte)
Berechnen Sie die QR-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$