Übungen zur Vorlesung Numerische Lineare Algebra

Übungsblatt 5, Abgabe: Freitag, 22.11.2013, 12.00 Uhr

Übungstermine:

Gruppe 1:	Mi.	12 - 14 Uhr	SR1B	BK	116	(Patricia Friele)
Gruppe 2:	Do.	08 - 10 Uhr	SR1B	BK	101	(Malte Hebing)
Gruppe 3:	Do.	10 - 12 Uhr	SR1B	BK	120	(Julia Kroos)
Gruppe 4:	Do.	14 - 16 Uhr	SR1B	BK	116	(Patricia Friele)
Gruppe 5:	Do.	16 - 18 Uhr	SR1B	BK	119	(Theresa Stocks)
Gruppe 6:	Fr.	08 - 10 Uhr	SR1B	BK	115	(Bernd Mekes)
Gruppe 7:	Fr.	10 - 12 Uhr	SR1B	BK	114	(Tobias Trame)
Gruppe 8:	Fr.	12 - 14 Uhr	SR1D	BK	117	(Niko Burschik)

Aufgabe 1: (4 Punkte)

1. Berechnen Sie die Verstärkungsfaktoren für die *pq*–Formel.
2. Finden Sie für die *pq*–Formel zur Lösung quadratischer Gleichungen eine geeignete (p, q)–Kombination und berechnen Sie die Lösungen explizit im human format und analytisch. Die (p, q)–Kombination soll so gewählt werden, dass berechnete Lösung viel schlechter ist als durch die Verstärkungsfaktoren vorhergesagt. Benutzen Sie bei der Berechnung im human format $\mathrm{sqrt}(x) = \mathrm{rd}(\sqrt{x})$.
3. Geben Sie einen Algorithmus an, der unabhängig von den Eingangsdaten stabil ist. Hinweis: Benutzen Sie die Formel von Vieta. Sie müssen nicht beweisen, dass der Algorithmus stabil ist.

Aufgabe 2: (4 Punkte)
(x, y) sei die Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x + y &= A \\ x + 1.01y &= B. \end{aligned}$$

Berechnen Sie die maximal möglichen absoluten und relativen Fehler von x und y, wenn $A = 1000$ und $B = 1005$ bis auf einen relativen Eingabefehler ϵ gegeben sind, also

$$|\tilde{A} - A| \leq \epsilon \text{ und } |\tilde{B} - B| \leq \epsilon.$$

Aufgabe 3: (4 Punkte)
Sei $w \in \mathbb{R}^n$ ein Vektor mit $\|w\|_2 = 1$ und die Matrix Q definiert als

$$Q = I - 2ww^T.$$

Zeigen Sie

(i) Q ist symmetrisch.

(ii) Q ist orthogonal.

(iii) Q ist idempotent, d.h. $Q^2 = I$.

(iv) Für $n \geq 2$ ist $\lambda = 1$ Eigenwert von Q mit Vielfachheit $n-1$ und $\lambda = -1$ Eigenwert mit Vielfachheit 1.

Aufgabe 4: (4 Punkte)
(Abgabe: bis Freitag, 22.11.13 per email an Übungsleiter)
Machen Sie sich mit den MATLAB-Kommandos cond und condest zur Berechnung der Konditionszahl einer Matrix vertraut. Berechnen Sie damit die Kondition

(a) der Matrizen
$$\begin{pmatrix} 10^{-l} & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{für} \quad l = 6, \dots, 20\,.$$

(b) der Matrizen aus Übungsblatt 1, Aufgabe 1 und 2.

(c) der Matrizen aus Übungsblatt 2 für fünf von Ihnen gewählte Werte von a.