

Übungen zur Vorlesung Numerische Lineare Algebra

Übungsblatt 10, Abgabe: Freitag, 10.1.2014, 12.00 Uhr

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Gesucht ist das Minimum der Funktion $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, h(x, y) = (y - x^2)^2 + (1 - x)^2$. Stellen Sie das Newton-Verfahren zur Berechnung des Minimums von h auf, indem Sie die Gleichung $f(x, y) := \nabla h(x, y) = 0$ betrachten. Berechnen Sie ausgehend vom Startwert $(0, 0)^t$ die erste Iteration des Verfahrens.

Aufgabe 2: (8 Punkte)

Gesucht ist eine Nullstelle der Funktion

$$f(x) = x^2 + 5x - 6$$

im Intervall $I = [0, 2]$, d.h. $f(\bar{x}) = 0$ mit $\bar{x} \in I$.

- (i) Zeigen Sie mit einer geeigneten Umformulierung und mit Hilfe des Banachschen Fixpunktsatzes, dass f in I genau eine Nullstelle besitzt.
- (ii) Führen Sie, ausgehend vom Startwert $x_0 = 0$, zwei Iterationen des Fixpunktverfahrens mit obiger Formulierung durch.
- (iii) Vergleichen Sie Ihr Ergebnis nach zwei Iterationen mit dem Abstand zum Fixpunkt $\bar{x} = 1$ und geben Sie eine Fehlerabschätzung nach k Iterationen an.
- (iv) Stellen Sie das Newton-Verfahren zur Nullstellensuche von f auf und geben Sie die Iterationsvorschrift explizit an. Vereinfachen Sie das Verfahren so weit wie möglich.
- (v) Führen Sie zwei Iterationen des Newton-Verfahrens mit Startwert $x_0 = 0$ durch.
- (vi) Vergleichen Sie den Fehler des Fixpunktverfahrens mit dem des Newton-Verfahrens. Welches Verfahren ist schneller und warum?

Frohe Weihnachten und guten Rutsch !