

## Übungen zur Vorlesung Numerische Lineare Algebra

Übungsblatt 4, Abgabe: Donnerstag, 17.11.11, 12.00 Uhr

**Aufgabe 1:** (4 Punkte)

Für die Messwerte

$t_i$	-2	1	2
$y_i$	-2	4	8

wird der gebrochen rationale Zusammenhang  $y(t) = \frac{a}{t} + bt$  vermutet.

- (a) Zeigen Sie, dass es keine reellen Zahlen  $a, b$  mit  $y(t_i) = \frac{a}{t_i} + bt_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  gibt.
- (b) Formulieren Sie das lineare Ausgleichsproblem zur Bestimmung optimaler Parameter  $a, b \in \mathbb{R}$  und berechnen Sie diese.

**Aufgabe 2:** (4 Punkte)Für die Messwerte  $(t_i, y_i)$  aus der folgenden Tabelle

$t_i$	0.21	0.62	1.19	2.01	2.42	4.18
$y_i$	2.23	2.49	4.22	6.13	6.95	1.01

wird ein kubischer Zusammenhang  $y(t) = \alpha + \beta t + \gamma t^2 + \delta t^3$  mit  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$  vermutet.

- (a) Stellen Sie das zugehörige Gleichungssystem  $Ax = b$  mit  $x = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix}$  auf.
- (b) Bestimmen Sie die Lösung des Ausgleichsproblems mit Matlab, indem Sie die QR-Zerlegung von  $A$  berechnen.
- (c) Geben Sie die Norm des Fehlers  $\|Ax - b\|_2$  an.
- (d) Plotten Sie die Lösung und die Messwerte zusammen in einer *Figure* für  $t \in [-1, 5]$ .

**Aufgabe 3:** (4 Punkte)

Berechnen Sie die QR-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 4:** (4 Punkte)

Ein Versuch mit  $m$  Messungen führt auf ein lineares Ausgleichsproblem mit der  $(m, n)$ -Matrix  $A$ . Die Matrix  $A$  liege in  $QR$ -Zerlegung  $A = QR$  vor. Nun werde ein weiterer Messwert (an erster Stelle) hinzugefügt. Geben Sie Formeln zur Berechnung von  $\tilde{Q}\tilde{R} = \tilde{A}$  mit

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} \omega^T \\ A \end{pmatrix}, \quad w \in \mathbb{R}^n$$

unter Benutzung der  $QR$ -Zerlegung von  $A$  an.