

Übungen zur Vorlesung Numerische Lineare Algebra

Übungsblatt 4, Abgabe: Donnerstag, 17.11.11, 12.00 Uhr

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Für die Messwerte

t_i	-2	1	2
y_i	-2	4	8

wird der gebrochen rationale Zusammenhang $y(t) = \frac{a}{t} + bt$ vermutet.

- (a) Zeigen Sie, dass es keine reellen Zahlen a, b mit $y(t_i) = \frac{a}{t_i} + bt_i$, $i = 1, 2, 3$ gibt.
- (b) Formulieren Sie das lineare Ausgleichsproblem zur Bestimmung optimaler Parameter $a, b \in \mathbb{R}$ und berechnen Sie diese.

Aufgabe 2: (4 Punkte)Für die Messwerte (t_i, y_i) aus der folgenden Tabelle

t_i	0.21	0.62	1.19	2.01	2.42	4.18
y_i	2.23	2.49	4.22	6.13	6.95	1.01

wird ein kubischer Zusammenhang $y(t) = \alpha + \beta t + \gamma t^2 + \delta t^3$ mit $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ vermutet.

- (a) Stellen Sie das zugehörige Gleichungssystem $Ax = b$ mit $x = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix}$ auf.
- (b) Bestimmen Sie die Lösung des Ausgleichsproblems mit Matlab, indem Sie die QR-Zerlegung von A berechnen.
- (c) Geben Sie die Norm des Fehlers $\|Ax - b\|_2$ an.
- (d) Plotten Sie die Lösung und die Messwerte zusammen in einer *Figure* für $t \in [-1, 5]$.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Berechnen Sie die QR-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Ein Versuch mit m Messungen führt auf ein lineares Ausgleichsproblem mit der (m, n) -Matrix A . Die Matrix A liege in QR -Zerlegung $A = QR$ vor. Nun werde ein weiterer Messwert (an erster Stelle) hinzugeführt. Geben Sie Formeln zur Berechnung von $\tilde{Q}\tilde{R} = \tilde{A}$ mit

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} \omega^T \\ A \end{pmatrix}, \quad w \in \mathbb{R}^n$$

unter Benutzung der QR -Zerlegung von A an.