

Übungen zur Vorlesung Numerische Lineare Algebra

Übungsblatt 10, Abgabe: Donnerstag, 19.01.12, 12.00 Uhr

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Aus einer Ellipse mit Halbachsen a und b soll ein flächenmaximales Rechteck mit Halbkanten x und y ausgeschnitten werden. Stellen Sie das zugehörige Optimierungsproblem auf und geben Sie den Flächeninhalt des gesuchten Rechtecks in Abhängigkeit von a und b an.

Hinweis: Es ist sinnvoll, das Rechteck achsenparallel in die Ellipse zu legen.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Ein Möbelfabrikant produziert zwei Arten von Schreibtischen (private und geschäftliche) und verkauft sie an ein Büromöbelgeschäft. Jeder Schreibtisch durchläuft 4 Phasen in der Produktion: Sägen, Zusammenfügen, Vorfertigen und Endfertigen. Die folgende Tabelle gibt an, wie lange die 4 Fertigungsphasen jeweils dauern, wie groß die Tageskapazität an Fertigungszeit jeder Phase ist und wieviel Profit jeder Schreibtisch bringt.

Phase	Bedarf an Zeit (in Min.)		Zeit verfügbar (in Std.)
	Privat	Geschäftlich	
Sägen	48	72	16
Zusammenfügen	120	180	30
Vorfertigen	40	120	16
Endfertigen	320	240	64
Profit	40	50	

Der Fabrikant möchte seinen Gesamtprofit maximieren. Stellen Sie das Optimierungsproblem mit seinen Nebenbedingungen auf und lösen Sie es grafisch.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{k \times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$, $g \in \mathbb{R}^k$. Zeigen Sie:

$$\sup_{p \in \mathbb{R}^m, q \in \mathbb{R}^k, q \leq 0} \{p^T(Ax - b) + q^T(Bx - g)\} = \begin{cases} 0, & \text{wenn } Ax = b \text{ und } Bx \geq g \\ +\infty, & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = (x - a)^2 + \alpha |x| \quad \text{für } a \in \mathbb{R}, \alpha > 0$$

Berechnen Sie $\partial f(x)$ und durch Fallunterscheidung die Lösung von $f(x) \rightarrow \min_{x \in \mathbb{R}}$