

## Übungen zur Vorlesung Einführung in die Numerische Lineare Algebra

Übungsblatt 12, Abgabe: Montag, 17.01.2011, 12.00 Uhr

**Aufgabe 1:** (4 Punkte)

Zeichnen Sie die Gerschgorin-Kreise der folgenden Matrix  $A$ . Was kann man über die Lage der Eigenwerte sagen?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 5 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 2:** (4 Punkte)

Die beiden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 11 & -8 & 0 \\ 9 & -6 & 0 \\ 13.5 & -11 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 29 & -16 & -8 \\ 28.25 & -14 & -9 \\ 30.25 & -19 & -6 \end{pmatrix}$$

haben beide den betragsgrößten Eigenwert  $\lambda_1 = 3$ .

- (a) Berechnen Sie nach der Potenzmethode für beide Matrizen Approximationen  $x_A, \lambda_A$  bzw.  $x_B, \lambda_B$  für  $\lambda_1$  und einen dazugehörigen Eigenvektor  $x_1$ , so dass für die Defekte gilt

$$\begin{aligned} d_A &= Ax_A - \lambda_A x_A, & d_B &= Bx_B - \lambda_B x_B, \\ \epsilon_A &= \frac{\|d_A\|_2}{\|x_A\|_2} \leq 0.1, & \epsilon_B &= \frac{\|d_B\|_2}{\|x_B\|_2} \leq 0.1. \end{aligned}$$

- (b) Vergleichen Sie die Verhältnisse

$$\frac{|\lambda_1 - \lambda_A|}{\epsilon_A}, \frac{|\lambda_1 - \lambda_B|}{\epsilon_B}.$$

**Aufgabe 3:** (4 Punkte)

- (a) Wieviele paarweise nicht ähnliche  $(6, 6)$ -Matrizen gibt es, deren charakteristisches Polynom  $(\lambda - 3)^4(\lambda - 1)^2$  ist?
- (b) Sei  $w \in \mathbb{C}^n$  mit  $\|w\|_2 = 1$ . Man bestimme die Jordan'sche Normalform von  $A = I - 2ww^*$ .

**Aufgabe 4: (Programmieraufgabe, Abgabe: 24.01.2011, 12.00 Uhr)**

Programmieren Sie das QR-Verfahren zur Bestimmung aller Eigenwerte einer Matrix. Benutzen Sie dazu das Programm von Aufgabenblatt 5, Übungsaufgabe 4.