Dr. R. Bronstering WS 97/98

Numerische Mathematik für Lehramtskandidaten

Übungsblatt 9 , Abgabe: 22.1.98 , 13.00 Uhr

Aufgabe 33: (4 Punkte)
Führen Sie zu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

zwei Jacobi-Iterationen aus und bestimmen Sie anschließend 3 paarweise disjunkte abgeschlossene Intervalle, in denen sich jeweils ein Eigenwert von A befindet.

Aufgabe 34: (4 Punkte)
Es seien $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ symmetrisch und regulär und $X \in \mathbb{R}^{n,n}$ symmetrisch und positiv definit. Zeigen Sie, daß XAX dieselbe Anzahl an positiven Eigenwerten hat wie A. Hinweis: Betrachten Sie für $s \in [0,1]$ die Matrix $X(s) := I + s(X - I)$.

Aufgabe 35: (4 Punkte)
Zeigen Sie, daß die Matrix $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ mit

$$a_{i,j} = \begin{cases} 2: & i = j \\ -1: & |i-j| = 1 \\ 0: & \text{sonst} \end{cases}$$

positiv definit ist.

Aufgabe 36: (4 Punkte)
Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$\frac{d}{dt}y(t) = Ay(t) \quad \text{für } t \in \mathbb{R}, \quad y(0) = y_0$$

mit $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ symmetrisch, $y_0 \in \mathbb{R}^n$. Die Lösung dieses AWP ist eine differenzierbare Funktion $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$, $t \to y(t)$, die formal als $y(t) = e^{tA}y_0$ geschrieben werden kann . Definieren Sie dazu $e^{tA} \in \mathbb{R}^{n,n}$, indem Sie tA formal in die Exponentialreihe einsetzen, und zeigen Sie, daß diese Reihe konvergiert.