Dr. R. Bronstering WS 97/98

Numerische Mathematik für Lehramtskandidaten

Übungsblatt 6 , Abgabe: 4.12.97 , 13.00 Uhr

Aufgabe 21: (5 Punkte)
Bestimmen Sie jeweils experimentell (ähnlich wie in Aufgabe 17, näheres in den Übungen) für die Funktionen

$$f_1(x) = x(x+1), \quad f_2(x) = x^2$$

die lokale Konvergenzordnung p bei Anwendung a) des Newtonverfahrens b) des Sekantenverfahrens zur Berechnung der Nullstelle $x^* = 0$. Starten Sie dazu jeweils mit $x_0 = 1$ (beim Sekantenverfahren: $x_1 = 0.5$) und führen Sie eine geeignete Anzahl von Iterationen durch.

Aufgabe 22: (4 Punkte)
Zeigen Sie, daß die Konvergenzordnung für das Verfahren von Halley (1694) zur Lösung von $f(x) = 0$:

$$x^{k+1} = x^k - \frac{2f(x^k)f'(x^k)}{2f'(x^k)^2 - f(x^k)f''(x^k)}.$$

(mindestens) 3 ist. Dabei sei $2(f')^2 - ff''$ im Lösungspunkt $\neq 0$.

Aufgabe 23: (3 Punkte)
Zeigen Sie, daß die Iteration $x_{k+1} = \cos(x_k)$ für alle $x_0 \in \mathbb{R}$ gegen den einzigen Fixpunkt von cos konvergiert.

Aufgabe 24: (4 Punkte)
Sei $f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in der Umgebung einer Nullstelle x^* dreimal stetig differenzierbar. Zeigen Sie, daß das Newtonverfahren immer noch lokal gegen x^* konvergiert, wenn $f'(x^*) = f''(x^*) = 0$, aber $f'''(x^*) \neq 0$.