Dr. R. Bronstering WS 97/98

Numerische Mathematik für Lehramtskandidaten

Übungsblatt 4 , Abgabe: 20.11.97 , 13.00 Uhr

Aufgabe 13: (4 Punkte)
Berechnen Sie das Interpolationspolynom zu den Daten

$$\mathcal{G} = \{(0,15),(3,13),(6,14),(9,19)\}$$

mit der Formel von Newton.

Aufgabe 14: (5 Punkte)
Es seien $n+1$ Stützpunkte $x_0 < x_1 < \cdots < x_n$ gegeben. Zu einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $0 \le i \le k \le n$ sei die dividierte Differenz von f definiert als $f[x_i \dots x_k] := [y_i \dots y_k]$, wobei $y_j = f(x_j)$, $j = 0, \dots, n$.
Beweisen Sie die folgende Produktregel für zwei Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$:

$$(f \cdot g)[x_0 \dots x_n] = \sum_{j=0}^{n} f[x_0 \dots x_j] \cdot g[x_j \dots x_n].$$

Aufgabe 15: (3 Punkte)
Die n-te Newton-Cotes-Formel für das Integral $I(f) = \int_a^b f(x)\,dx$ ist von der Form

$$I(f) \simeq I_n(f) = \frac{b-a}{\gamma_n} \sum_{i=0}^{n} \bar{A}_i f(x_i).$$

Zeigen Sie:

$$\sum_{i=0}^{n} \bar{A}_i = \gamma_n.$$

Aufgabe 16: (4 Punkte)
Berechnen Sie näherungsweise das Integral

$$I := \int_0^1 x e^x \, dx$$

mit den Newton-Cotes-Formeln I_n für $n = 1, 2, 3$. Geben Sie jeweils den tatsächlichen Fehler $|I - I_n|$ sowie die von der Fehlerabschätzung gelieferten oberen Schranken für den Fehler an.