Dr. R. Bronstering WS 97/98

Numerische Mathematik für Lehramtskandidaten

Übungsblatt 2 , Abgabe: 6.11.97 , 13.00 Uhr

Aufgabe 5: (4 Punkte)
Bestimmen Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems

$$(A|b) = \left(\begin{array}{cccc|c} -8 & -5 & -3 & -3 & 3 \\ 9 & 5 & 7 & 5 & -6 \\ 4 & 6 & 5 & -5 & -8 \\ 4 & -8 & 9 & 9 & -12 \end{array}\right)$$

mit dem Gaußverfahren mit Spaltenpivotsuche. Rechnen Sie dabei mit einer Genauigkeit von $t = 4$ Dezimalstellen (Taschenrechner benutzen!).

Aufgabe 6: (3 Punkte)
Zeigen Sie, daß das Gaußverfahren mit Spaltenpivotsuche bei exakter Rechnung (d.h. unter Vernachlässigung von Rundungsfehlern) für das System $Ax = b$, $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ nichtsingulär, $b \in \mathbb{R}^n$ beliebig, immer die eindeutige Lösung $x \in \mathbb{R}^n$ liefert.

Aufgabe 7: (3+2 Punkte)

a) Bestimmen Sie mit exakter Rechnung die Cholesky-Zerlegung von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 11 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 19 \end{pmatrix}.$$

b) Benutzen Sie diese, um das System $Ax = b$ mit $b = (0, -4, 4, -16)^T$ zu lösen.

Aufgabe 8: (2+2 Punkte)
Es sei $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ symmetrisch und positiv definit, $LL^T = A$ die Cholesky-Zerlegung, $a_{i,j}$ und $l_{i,j}$ die Komponenten von A bzw. L. Zeigen Sie, daß

a) $a_{i,i} > 0$, $i = 1, \ldots, n$

b) $|l_{i,j}| \leq \sqrt{a_{i,i}}$, $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, i$