Dr. R. Bronstering WS 97/98

Numerische Mathematik für Lehramtskandidaten

Übungsblatt 11 , Abgabe: 5.2.98 , 13.00 Uhr

Aufgabe 41: (4 Punkte)
Das AWP $y' = -\lambda y$, $y(0) = 1$ mit $\lambda > 0$ soll mit

1. dem expliziten Eulerverfahren
2. dem impliziten Eulerverfahren

numerisch gelöst werden: Bestimmen sie in beiden Fällen die Approximationen $\{y_k^{(h)}\}$, $k \geq 0$. Welche Einschränkung muß jeweils für die Schrittweite h gelten, damit (analog zur exakten Lösung $y(x) = e^{-\lambda x}$ für $x > 0$) $y_k^{(h)} \in (0, 1)$ für $k \geq 1$ gilt?

Aufgabe 42: (5 Punkte)
Es sei

$$\sum_{i=0}^{r} a_i y_{k+i} = h \sum_{i=0}^{r} b_i f_{k+i}$$

ein lineares Mehrschrittverfahren mit den zugehörigen Polynomen

$$\rho(z) = \sum_{i=0}^{r} a_i z^i, \quad \sigma(z) = \sum_{i=0}^{r} b_i z^i.$$

Zeigen Sie: Das Verfahren ist genau dann konsistent, wenn $\rho(1) = 0$ und $\rho'(1) = \sigma(1)$ gilt.

Aufgabe 43: (4 Punkte)
Bestimmen Sie $b_0, b_1, b_2 \in \mathbb{R}$, so daß das implizite 2-Schrittverfahren

$$y_{k+2} - y_k = h(b_0 f_k + b_1 f_{k+1} + b_2 f_{k+2})$$

maximale Konsistenzordnung hat.

Aufgabe 44: (3 Punkte)
Zeigen Sie, daß das r-Schrittverfahren

$$y_{k+r} = y_k + h \sum_{i=0}^{r-1} f_{k+i}$$

stabil und konsistent ist.