Numerische Mathematik für Lehramtskandidaten

Übungsblatt 10 , Abgabe: 29.1.98 , 13.00 Uhr

Aufgabe 37: (4 Punkte)
Zeigen Sie, daß jede Lösung $(x(t), y(t))$ des DGL-Systems

$$x'(t) = y(t), \quad y'(t) = -x(t)$$

periodisch in t ist. (Hinweis: Benutzen Sie Polarkoordinaten!)

Aufgabe 38: (4 Punkte)
Skizzieren Sie zu der DGL

$$y'(x) = -2xy(x)$$

das Richtungsfeld im Bereich $\{(x, y) \ : \ -1 \le x \le 1, \ 0 \le y \le 2\}$. Zeigen Sie, daß die DGL zusammen mit dem Anfangswert $y(0) = 1$ eine (um den Anfangswert lokale) Lösung besitzt. Benutzen Sie das Richtungsfeld für eine grobe Skizze für den Graphen der Lösung dieses Anfangswertproblems, und berechnen Sie die exakte Lösung.

Aufgabe 39: (4 Punkte)
Benutzen Sie das Verfahren von Adams–Bashforth für $r = 2$ zur numerischen Approximation der Lösung des AWP aus der vorigen Aufgabe: Berechnen Sie die y_k an den äquidistanten Stützstellen $x_k = kh$, $k = 0, \ldots, 10$, für $h = 0.1$. Zur Durchführung des Verfahrens benötigen Sie neben dem Anfangswert $y_0 = 1$ auch noch einen Wert für y_1; verwenden Sie hierfür zur Vereinfachung den exakten Lösungswert. Geben Sie jeweils die absoluten Fehler an.

Aufgabe 40: (4 Punkte)
Zeigen Sie, daß das Mehrschrittverfahren

$$y_{k+2} + 2y_{k+1} - 3y_k = h(f_k + 3f_{k+1})$$

konsistent von der Ordnung 2 ist.