Übungen zur Vorlesung NUMERISCHE MATHEMATIK II

Übungsblatt 9 , Abgabe: 22.06.1999 , 11.00 Uhr, Übungskasten 58

Aufgabe 33: (4 Punkte)
Lösen Sie die Aufgabe

$$y' + y = 1 + x\,, \qquad y(0) = 0$$

mit dem Eulerverfahren und zeigen Sie, daß es die exakte Lösung liefert.

Aufgabe 34: (4 Punkte)
Zeigen Sie, daß das Einschrittverfahren

$$y_{k+1} = y_k + h\,\{f + \frac{h}{2}\,(f_x + f f_y)\}\,(x_k, y_k)$$

die Konsistenzordnung 2 hat (falls $y \in C^3$).

Aufgabe 35: (4 Punkte)
Zeigen Sie: Es gibt keine Integrationsformel mit n Knoten, die alle trigonometrischen Polynome vom Grade $\leq n$ in $[0, 2\pi]$ exakt integriert.

Aufgabe 36: (4 Punkte)
Zeigen Sie: Unter den 2-Schrittverfahren

$$y_{k+2} + \alpha y_{k+1} + y_k = h(\beta_2 f_{k+2} + \beta_1 f_{k+1} + \beta_0 f_k)$$

gibt es keines, das stabil und konsistent ist.

Aufgabe 37: (4 Punkte)
Sei A eine positiv definite Matrix. Geben Sie einen Algorithmus an, der ohne Matrixinversion den kleinsten Eigenwert von A mit Hilfe der Potenzmethode berechnet.

Aufgabe 38: (4 Punkte)
Führen Sie das QR-Verfahren durch für die Matrix

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Hinweis: Benutzen Sie Givens-Rotationen und einen QR-Shift von 3.