**Übungen zur Vorlesung NUMERISCHE MATHEMATIK II**

Übungsblatt 8 , Abgabe: 15.06.1999 , 11.00 Uhr, Übungskasten 58

---

**Aufgabe 29:** (4 Punkte)
Lösen Sie $y' = 1 + y^2$, $y(0) = 0$ mittels des Verfahrens

$$y_{k+2} - (1+a)y_{k+1} + ay_k = \frac{h}{2}((3-a)f_{k+1} - (1+a)f_k)$$

für $a = 0,\ 1,\ -5$. Verwenden Sie $h = 0.01$, $\overline{y}_1 = \tan h$ und berechnen Sie die Lösung in $[0, 2]$.

**Aufgabe 30:** (4 Punkte)
Man bestimme $\alpha$, $\beta$ in dem Mehrschrittverfahren

$$y_{k+3} - y_k + \alpha(y_{k+2} - y_{k+1}) = h\beta(f_{k+2} + f_{k+1})$$

so, daß die Konsistenzordnung 4 erreicht wird. Ist das ensprechende Verfahren stabil?

<u>Hinweis:</u> Wenn Sie mit Maple umgehen können, benutzen Sie einfach “taylor”.

**Aufgabe 31:** (4 Punkte)

(a) Zeigen Sie: Das durch Differentiation gewonnene $m$-Schrittverfahren lautet für $\ell = m$:

$$\sum_{\nu=1}^{m} \frac{1}{\nu} \nabla^\nu y_{k+m} = hf_{k+m}\ .$$

(b) Geben Sie für dieses Verfahren das Polynom $\rho$ an und zeigen Sie Stabilität für $m \leq 4$.

<u>Hinweis:</u> Benutzen Sie den Satz von Eneström-Kakeya: Sei $f(\lambda) = a_0 + a_1\lambda + \ldots + a_n\lambda^n$ mit reellen $a_i$, und sei $a_n \geq a_{n-1} \geq \ldots a_0 > 0$. Dann hat $f$ keine Nullstelle $\lambda$ mit $|\lambda| > 1$ (vgl. Marden, Geometry of Polynomials, S. 136).

**Aufgabe 32:** (4 Punkte)
Zeigen Sie, daß die durch Differentiation abgeleiteten $m$-Schrittverfahren (mindestens) die Konsistenzordnung $m$ haben.