Prof. Dr. F. Natterer SS 1999

Übungen zur Vorlesung NUMERISCHE MATHEMATIK II

Übungsblatt 7 , Abgabe: 08.06.1999 , 11.00 Uhr, Übungskasten 58

Aufgabe 25: (4 Punkte)
Sei $\Delta y_k = y_{k+1} - y_k$. Zeigen Sie:

$$\Delta^q y_k = \sum_{\nu=0}^{q} \binom{q}{\nu} (-1)^{1-\nu} y_{k+\nu} \,, \qquad y_{k+q} = \sum_{\nu=0}^{q} \binom{q}{\nu} \Delta^\nu y_k \,.$$

Aufgabe 26: (4 Punkte)
Die erzeugende Funktion einer Folge $\gamma_0, \gamma_1, \ldots$ ist definiert durch

$$G(t) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \gamma_\nu t^\nu \,.$$

(a) Zeigen Sie: Sind $\gamma_0, \gamma_1, \ldots$ die Koeffizienten der Adams-Bashforth-Verfahren, so gilt für $|t| < 1$

$$G(t) = \frac{t}{(t-1)\ell n(1-t)} \,.$$

(b) Benutzen Sie die erzeugende Funktion der Koeffizienten γ_ν des Adams-Bashforth-Verfahrens zur expliziten Berechnung von γ_ν für $\nu \leq 4$.

Aufgabe 27: (4 Punkte)
Sei $x_k = hk$, $k \in \mathbb{Z}$, und $h > 0$.

Zeigen Sie:

(a) $[y_{k-q}, \ldots, y_k] = \frac{1}{q!h^q} \nabla^q y_k$

(b) Das Newtonsche Interpolationspolynom vom Grade q für die Stützstellen $x_{k-q}, \ldots, x_k$ und die Stützwerte $y_{k-q}, \ldots, y_k$ ist

$$p(x) = \sum_{\nu=0}^{q} \binom{s}{\nu} \nabla^\nu y_k \quad , \quad s = \frac{x - x_k}{h} \,.$$

Aufgabe 28: (Programmieraufgabe) Schreiben Sie ein Programm $AB(f, x_0, y_0, \overline{x}, h, m)$ zur Lösung der Anfangswertaufgabe $y' = f(x,y)$, $y(x_0) = y_0$ mit dem Adams - Bashforth - Verfahren für $m \leq 4$. Verwenden Sie das Runge - Kutta - Programm aus Aufgabe 24 für die Berechnung von $y_1, \ldots, y_{m-1}$..