

Relevante Themen für die Klausur zur Vorlesung *Höhere Numerische Mathematik*

- Existenz und Eindeutigkeit für Anfangswertprobleme
- Trennung der Variablen und Lösung linearer Systeme erster Ordnung
- Reduktion von Differentialgleichungen höherer Ordnung auf Systeme erster Ordnung
- Einschrittverfahren: Konsistenz, Konvergenz
- Explizite und implizite Runge-Kutta Verfahren
- Hauptterm der Fehlerentwicklung, Extrapolation und Schrittweitensteuerung
- Theorie linearer Differenzgleichungen: Charakt. Polynom, Lösungsformel, Wurzelbedingung von Dahlquist
- Lineare k-Schrittverfahren: Konsistenz, Asymptotische Stabilität mit Charakterisierung, Konvergenzsatz von Dahlquist, Konsistenzordnungskriterien für lineare k-Schrittverfahren
- Verfahren resultierend aus Quadraturen und Differenzenformeln
- Extrapolationsverfahren von Gragg (Idee/Satz von Gragg und Algorithmus)
- Prädiktor-Korrektor-Verfahren
- Steife Differentialgleichungen
- Stabilitätsbegriffe: Absolute Stabilität, A-Stabilität, $A(\alpha)$ -Stabilität
- Existenz und Eindeutigkeit für lineare Randwertprobleme
- Sturm-Liouville Problem: Variationsformulierung, Eulergleichungen, Poincaré Ungleichung, Schwache Ableitung, Sobolevräume, Existenz und Eindeutigkeit von schwachen Lösungen
- Ritz-Galerkin Verfahren und Abstrakte Fehlerabschätzung

- Finite Elemente Verfahren: Definition, Fehlerabschätzung, Interpolationsfehler
- Gradientenverfahren: Idee, Allgemeines Verfahren, Konvergenz, Eigentliches Gradientenverfahren, cd- und cg-Verfahren.
- Eigenwertprobleme: Gerschgorin'scher Kreissatz, Satz von Bauer-Fike, Satz von Schur
- Rayleighsches Maximumsprinzip, Courantsches Min-Max-Prinzip
- Transformation auf Hessenberg-Form, Householder Matrizen
- Berechnung von Eigenwerten für Tridiagonalmatrizen und für unreduzierte Hessenbergmatrizen (Verfahren von Hyman)
- Vektoriterationsverfahren (von Mises, Wielandt, mit Diagonalshift)
- QR- und LR-Verfahren
- Approximation: Def. Proximum, Existenz eines Proximum, Eindeutigkeit von Proxima, Fundamentalsatz der Approximationstheorie, Eindeutigkeit in streng normierten Räumen
- Satz von Weierstraß, Approximation mit Bernsteinpolynomen mit Fehlerabschätzung