Numerische Mathematik II

Übungsblatt 6 , Abgabe: 02.06.00 , 13.00 Uhr

Aufgabe 21: (2+2 Punkte)
Es sei A eine $n \times n$ obere Hessenberg-Matrix und $A = QR$, $A' = RQ$ die QR-Transformation von A. Zeigen Sie, daß

1. die Transformation mit $O(n^2)$ Rechenschritten durchführbar ist.
2. A' ebenfalls eine obere Hessenberg-Matrix ist.

Aufgabe 22: (4 Punkte)
Berechnen Sie zu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

die QR-Transformation A'.

Aufgabe 23: (4 Punkte)

1. Bestimmen Sie per Hand eine Lösung des Anfangwertproblems
$$y'(x) = 2y^2 - 8, \quad y(0) = 1, \quad 0 \leq x$$
2. Geben Sie den maximalen Existenzbereich $[0, d)$, $d \leq \infty$, der Lösung an.
3. Skizzieren Sie die Lösung.

Aufgabe 24: (4 Punkte)
A sei eine $n \times n$ reelle reguläre Matrix.
Zeigen Sie, dass die QR Zerlegung von $A = QR$ eindeutig ist, wobei Q eine orthogonale Matrix ist und R eine obere Dreiecksmatrix mit positiven Diagonalelementen.