Prof. Dr. C. W. Cryer SS 2000

Numerische Mathematik II

Übungsblatt 5 , Abgabe: 25.05.00 , 13.00 Uhr

Aufgabe 16: (4 Punkte)
A sei eine $n \times n$ reelle symmetrische Matrix mit n paarweise unterschiedlichen Eigenwerten. $A_0 := A$, und $A_1, A_2, \ldots$ werden durch das klassische Jacobi-Verfahren berechnet, wobei die Bedingung $|\varphi_k| \leq \frac{\pi}{4}$ eingehalten wird. Es ist bekannt (Skript) das $S(A_k) \to 0$.
Zeigen Sie:

1. $a_{ij}^{(k)} \to 0$ für $k \to \infty$ für $1 \leq i < j \leq n$.

2. Die Eigenwerte können so numeriert werden, dass

$$a_{ii}^{(k)} \to \lambda_i, \text{ für } k \to \infty, \quad 1 \leq i \leq n.$$

Aufgabe 17: (2 Punkte)
Berechnen Sie von Hand die Eigenwerte und -vektoren von

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

mit dem charakteristischen Polynom.

Aufgabe 18: (2+2 Punkte)

1. Führen Sie zu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

die ersten beiden klassischen Jacobi-Iterationen aus.

2. Bestimmen Sie anschließend 3 paarweise disjunkte Gerschgorin–Kreisscheiben.

Aufgabe 19: (4 Punkte)
Wieviele Rechenoperationen müssen durchgeführt werden, um einen Schritt des Jacobi-Verfahrens, nach Rutishauser -siehe Skript S. 30, für eine symmetrische $n \times n$ Matrix durchzuführen (Additionen,Subtraktionen, Divisionen, Multiplikationen und Wurzel ziehen). Beweisen Sie Ihre Aussage.

Programmieraufgabe 20: Abgabe 01.06.00 (10 Punkte)
Es sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Führen Sie, beginnend mit $x^{(0)}$, 100 Schritte der Vektoriteration zur Bestimmung des betragsgrößten Eigenwertes λ_1 von A in Gleitkommaarithmethik durch. Bestimmen Sie dann einen approximativen Eigenvektor mit Hilfe inverser Vektoriteration.

Diplomarbeiten: Wer in absehbarer Zeit eine Diplomarbeit im numerischen Institut schreiben möchte, melde sich bitte bei Herrn Stypa, Zimmer 114, zwecks Vorbesprechung.