Numerische Mathematik

Übungsaufgabe 2, Abgabe 4.11.1999, 13.00

Aufgabe 7: (5 Punkte) (Programmieraufgabe)

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die LDR-Zerlegung von A mit dem Programm Matlab (Aufruf: matlab. Benutzen Sie help lu). (Bitte fügen Sie einen Ausdruck der Lösung bei.)

Aufgabe 8: (4 Punkte)

A sei eine $n \times n$-Matrix mit Rang 1. Zeigen Sie:

es existieren Vektoren u, $v \in \mathbb{R}^n$ mit $A = uv^T$.

Aufgabe 9: (3 Punkte)
Sei

$$L_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & 0 & 1 \end{pmatrix}, L_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & c & 1 \end{pmatrix}$$

a) Benutzen Sie die Sätze und Hilfssätze aus der Vorlesung um folgendes zu bestimmen:

   (1) L_1^{-1}, L_2^{-1}

   (2) $L_1\ L_2$

   Überprüfen Sie die Ergebnisse.

b) Bestimmen Sie $L_2 L_1$.

Aufgabe 10: (8 Punkte)
Die Matrix $A \in Mat(n, n, \mathbb{R})$ sei symmetrisch und positiv semidefinit, d.h.

$$x^T A x \geq 0 \text{ für alle } x \in \mathbb{R}^n.$$

Zeigen Sie, daß es eine linke Matrix L gibt, so daß

$$A = LL^T$$