

Eine kleine Einführung in Matlab

Maike Schulte

WS 06/07

Stand:

21. November 2006

Inhaltsverzeichnis

1	Matlab starten	5
1.1	In der Uni	5
1.2	Zu Hause - Zentrale Lizenz für MATLAB	5
2	Grundlagen	7
3	Matrizen, Vektoren & Operatoren	8
3.1	Erste Eingaben	8
3.2	Matrizen	9
3.3	Arithmetische Operationen mit Skalaren, Vektoren und Matrizen	12
3.4	Der Doppelpunkt-Operator und weitere Matrix-Spielereien	16
3.5	Zahldarstellung und Konstanten in MATLAB	20
3.6	Einige vorgefertigte Funktionen	21
4	Relationsoperatoren	23
5	Logische Operatoren	25
6	Polynome und Lineare Gleichungssysteme	27
7	Programmierung in Matlab	29
7.1	Das M-File	29
7.2	Funktionen	32
7.3	Schleifen und Kontrollstrukturen	34
8	Graphische Ausgaben	38
8.1	Mehrere Plots in einer figure	44
8.2	Matlab-Movies	47

Dieses »Skript« ist nur eine kleine Hilfestellung für diejenigen Hörer der Vorlesung Numerik I, die noch nie in irgendeiner Weise programmiert haben. Es wird einen Einblick in die Möglichkeiten der Programmierung mit MATLAB geben. Für die Bearbeitung der Programmieraufgaben zur Vorlesung ist folgende Literatur empfehlenswert:

- A. Biran: *MATLAB 5 für Ingenieure* (1999)
- C. B. Moler: *Numerical Computing with MATLAB* (2004)
- W. Gander: *Solving problems in scientific computing using Maple and MATLAB* (2002)
- D. Higham: *MATLAB Guide* (2000)

Diese Bücher sind in der Bibliothek des Mathematischen Instituts vorhanden. Weitere MATLAB Literatur gibt es in der ULB, zahlreiche kurze Übersichten und Übungen gibt es im Internet, z.B.

http://www.rz.fh-ulm.de/~gramlich/matlab_kap2.pdf

<http://people.inf.ethz.ch/arbenz/MatlabKurs/matlabintro.html>

<http://mo.mathematik.uni-stuttgart.de/kurse/kurs4/>

<http://www.mathworks.com/moler/>

Über den letzten Link kann man sich das Buch *Numerical Computing with MATLAB* vom MATLAB -Erfinder Cleve Moler kostenlos herunterladen! Es enthält viele Anwendungsbeispiele und MATLAB -Programmen. Sehr empfehlenswert!

Einige Eigenschaften vorab:

- Im Gegensatz zu z.B. Maple oder Mathematica arbeitet MATLAB auf dem diskreten Niveau. Alle Variablen in MATLAB werden durch Matrizen dargestellt (MATLAB steht für **M**atrix **L**aboratory).
- MATLAB unterscheidet bei der Bezeichnung von Variablen und Funktionen zwischen Groß- und Kleinbuchstaben!
- Ein Semikolon am Zeilenende unterdrückt die Ausgabe.
- Datenstrukturen erfordern minimale Beachtung (keine Deklarationen nötig)
- MATLAB verfügt über eine aufwendige Graphik
- MATLAB (und damit MATLAB -Programme) laufen auf allen gängigen Plattformen: Windows, Linux, SUN Solaris, HP-UX 11, MAC OS X

MATLAB ist eine sehr übersichtliche und einfach strukturierte Programmiersprache. Im Gegensatz zu anderen Sprachen ist die Syntax sehr eingängig. Es sind viele (mathematische) Funktionen und Standardalgorithmen bereits vorgefertigt, so dass nicht alles von Hand programmiert werden muss. Weiterhin ist die Visualisierung von Ergebnissen sehr leicht möglich. Allerdings sind Berechnungen mit Matlab im Gegensatz zu z.B. C++ sehr langsam, so dass diese Programmiersprache nicht sonderlich praxisrelevant ist.

1 Matlab starten

1.1 In der Uni

Die Kursteilnehmer legen bitte in ihrem Home-Verzeichnis einen Ordner `MatlabKurs` an! Dazu öffnet man ein x-term/Terminal und führt dort den Befehl `mkdir MatlabKurs` aus. Mit dem Befehl `cd MatlabKurs` kann man in dieses Verzeichnis wechseln. An den Unix- und Linux-Rechnern im Institut kann man `MATLAB` starten, in dem man im x-term folgende Befehle nacheinander eingibt:

- `. /etc/profile`
- `environ numeric`
- `matlab-class &`

Nach einigen Sekunden sollte `MATLAB` starten.

Achtung: Die Uni verfügt über 40 Lizenzen für Matlab, d.h. dass es nur 40mal gestartet werden kann. Sind alle Lizenzen vergeben, erscheint im x-term eine Fehlermeldung. Bei starker Nutzung von Matlab, z.B. während des Kurses im SRA, kann es etwas länger dauern, bis `MATLAB` gestartet ist. Bitte den Befehl nur einmal aufrufen!

1.2 Zu Hause - Zentrale Lizenz für Matlab

Am ZIV existieren 40 so genannte »concurrent licenses« für die `MATLAB`-Suite, die aus dem Basisprodukt `MATLAB`, dem Simulationstool Simulink und der Symbolic Math Toolbox für symbolische Berechnungen besteht. Das ZIV beabsichtigt diese Produktfamilie zukünftig unter Wartung zu nehmen. Dabei ist es möglich, schon bestehende Lizenzen in der Universität kostengünstig mit einzubeziehen.

Die vom ZIV bereitgestellten Lizenzen sind an einen Lizenzmanager gebunden. Ein Rechner auf dem `MATLAB` installiert bzw. genutzt wird, muss daher an das Netz angeschlossen sein. Ausgangspunkt für die Installation bzw. Nutzung von `MATLAB` ist das zentrale Dateisystem des ZIV, das auch für eine Reihe anderer Produkte genutzt wird. Im Folgenden wird kurz beschrieben, welche Vorbereitungen zu treffen sind, um Zugriff auf die Verzeichnisse zu erhalten.

UNIX/Linux:

Erzeugen Sie auf der lokalen Maschine das Verzeichnis `/dfs` Montieren Sie darauf das Verzeichnis `/dfs` vom Rechner `obelix5`.

Windows:

Verbinden Sie sich unter Ihrer ZIV-Kennung mit dem Laufwerk `\\samba1.uni-muenster.de\dfs` (Von außerhalb des LAN muss vorher eine VPN-Verbindung aufgebaut werden). Das

Basisverzeichnis für MATLAB ist dann (Unix) `/dfs/a/urz/matlab/R2006b` bzw. (Windows) `\\samba1.uni-muenster.de\dfs\a\urz\matlab\R2006b`. Dieses Verzeichnis wird für die weitere Beschreibung als Basisverzeichnis verwendet.

Installation unter Windows:

Wechseln Sie im Basisverzeichnis in das Unterverzeichnis `windows`. In diesem Verzeichnis befinden sich die beiden CD Verzeichnisse `CD1`, `CD2`, `CD3` und zwei Dateien, die Sie zur Installation benötigen, und zwar den Code in `plp.txt` sowie die Datei `license.dat`. Wechseln Sie in das Verzeichnis `CD1` und rufen Sie `setup.exe` auf. Danach sollte der Installationsprozess wie direkt von der CD ablaufen. Sie werden nach den oben beschriebenen Informationen gefragt und während der Installation einmal gebeten, den Namen des Verzeichnisses der zweiten CD anzugeben.

Installation unter Unix/Linux:

Wechseln Sie im Basisverzeichnis in das Unterverzeichnis `Release14SP1/CDs/unix`. In diesem Verzeichnis befinden sich die drei CD Verzeichnisse `CD1`, `CD2`, `CD3` sowie die Datei `license.dat`. Wählen Sie ein Installationsverzeichnis und kopieren Sie die Datei `license.dat` in dieses Verzeichnis. Wechseln Sie dann in Ihr Installationsverzeichnis und geben Sie folgendes Kommando ein:

```
/dfs/a/urz/matlab/Release14SP1/CDs/unix/CD1/install
```

Dabei kann die Option `-t` verwendet werden, um eine Terminalinstallation ohne grafische Oberfläche vorzunehmen. Im Laufe der Installation wird evtl. nach dem Pfad der anderen CD-Verzeichnisse gefragt.

Installation unter Mac OS X:

Man verwende das gleiche Verzeichnis wie unter Unix und rufe im Unterverzeichnis `CD1` das Kommando `InstallForMacOSX` auf.

Nutzung unter Linux/Unix:

Eine lokale Installation unter Linux/Unix ist im Prinzip nicht nötig, da es für Linux und Solaris vorinstallierte Versionen gibt (andere Unix-Varianten können bei Bedarf je nach Verfügbarkeit bereitgestellt werden). Zur Nutzung dieser Versionen ist das `dfs`-Verzeichnis wie oben beschrieben zu montieren und das Verzeichnis `/dfs/a/urz/bin` in den Pfad des Anwenders aufzunehmen. MATLAB wird dann durch das Kommando `matlab` gestartet.

siehe auch:

<https://wwwmath1.uni-muenster.de:16032/IVV5/showarticle.html?id=31>

2 Grundlagen

Nach dem Aufruf von MATLAB öffnet sich ein Fenster ähnlich dem folgenden:

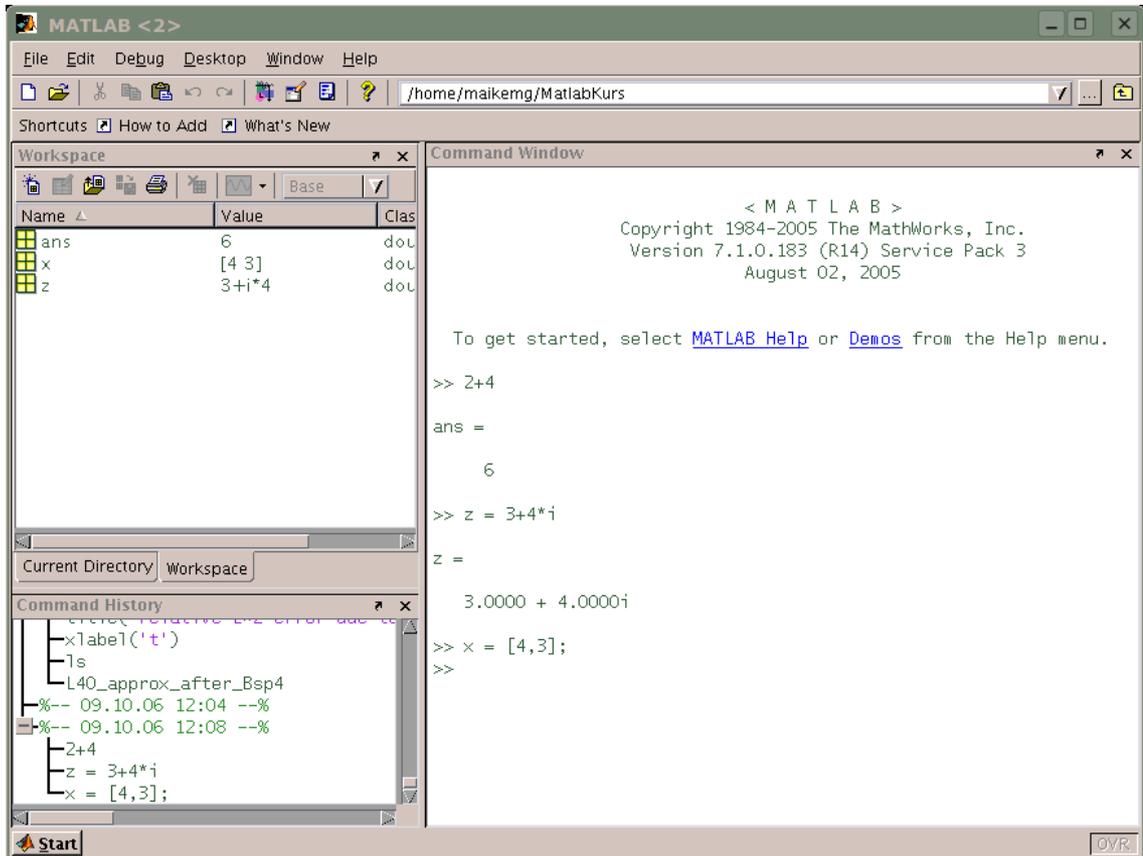


Abbildung 1: Bedienungsfläche von Matlab

Die Bedienungsfläche teilt sich in mehrere Bereiche auf. Das Befehls-Fenster (*Command Window*) befindet sich rechts und ist der Ort, an dem Sie Matlab-Befehle eingeben können. Ein Befehl wird rechts vom Doppelpfeil eingetippt und mit der <Enter>-Taste abgeschlossen. Er wird dann von MATLAB ausgeführt. Eine ganze Reihe von Befehlen können zusammen in einer Datei mit der Endung *.m* abgespeichert werden. Solche Dateien werden M-Files genannt. Dazu muss sich die Datei im aktuellen Verzeichnis (*current directory*) befinden, welches in der Befehlsleiste oben ausgewählt wird. In unserem Fall ist dies das Verzeichnis *MatlabKurs*.

Im Teilfenster links unten (*command history*) werden Befehle gespeichert, die Sie

bereits ausgeführt haben. Durch einen Doppelklick auf einen Befehl in diesem Fenster wird der Befehl ins *Command Window* kopiert und noch einmal ausgeführt. Weiterhin kann man im *Command Window* mit den Pfeil-hoch/runter - Tasten alte Befehle durchblättern. Tippen der ersten Zeichen vorangehender Befehle gefolgt von der Pfeil-hoch-Taste liefert den nächsten zurückliegenden Befehl, der mit diesen Zeichen beginnt.

Im Teilfenster links oben werden standardmäßig die Dateien des gegenwärtigen Verzeichnisses (*current directory*) angezeigt. Unser Ordner **MatlabKurs** ist noch leer, so dass zu Beginn keine Dateien angezeigt werden. Man kann den Reiter auch von *current directory* auf MATLABs Arbeitsspeicher (*workspace*) umstellen. Im Arbeitsspeicher befinden sich die Variablen, die Sie angelegt haben. Durch einen Doppelklick auf den Variablennamen wird ein *Arrayeditor* geöffnet, mit welchem man die Matrixelemente editieren kann.

Unter der Option *Desktop* kann man die Standardeinstellungen bei Bedarf ändern. Die MATLAB Hilfe kann mit der Maus an der oberen Befehlsleiste via *Help* → *MATLAB Help* aufgerufen werden. Sie enthält die Dokumentation einzelner Befehle, einen MATLAB -Einführungskurs (*Getting Started*), ein Benutzer-Handbuch (*User Guide*), Demos, pdf-Files der Dokumentation und vieles mehr. Die MATLAB -Hilfe ist sehr ausführlich und empfehlenswert!

3 Matrizen, Vektoren & Operatoren

3.1 Erste Eingaben

Für eine erste einfache Rechnung werde z.B.

```
>> 2-4
```

einggegeben. MATLAB antwortet mit dem Ergebnis

```
ans =  
-2
```

wobei **ans** eine Hilfsvariable ist und für *answer* steht. Mittels der Eingabe

```
>> a = 5.6;
```

wird der Variablen *a* der Wert 5.6 zugewiesen. Nun kann mit *a* weitergerechnet werden:

```
>> a + 2 = 7.6;
```

Lässt man das Semikolon am Zeilenende weg, erscheint im *Command Window* die Ausgabe

```
>> a + 2 = 7.6
```

```
a =  
    7.600
```

Das Semikolon am Zeilenende unterdrückt nur die Ausgabe im *Command Window*, die Berechnung wird dennoch durchgeführt! Mit dem Befehl

```
>> size(a)
```

```
ans =  
     1     1
```

lässt sich die Dimension einer Variable bestimmen, in diesem Fall ist a eine 1×1 -Matrix. Die relative Genauigkeit liegt bei $\approx 2.2 \cdot 10^{-16}$. Standardmäßig gibt MATLAB nur die ersten fünf Dezimalstellen an, gespeichert werden jedoch immer 16. Das Ausgabeformat kann mittels des `format` Befehls geändert werden:

```
>> format long;
```

```
>> a + 2 = 7.6
```

```
a =  
    7.600000000000000
```

Das Zeichen `i` steht bei MATLAB für die Imaginäre Einheit:

```
>> a + 2*i
```

```
ans =  
    7.600000000000000 + 2.000000000000000i
```

Das Zeichen `*` kann bei der Multiplikation mit `i` weggelassen werden, der Aufruf `a+2i` liefert das gleiche Ergebnis.

Vorsicht bei der Variablenbezeichnung! Obwohl `i` standardmäßig für die Imaginäre Einheit steht, kann man `i` einen neuen Wert zuweisen. Dies kann zu Fehlern im Programm führen! Daher empfiehlt es sich, eine Variable nie mit `i` zu deklarieren.

3.2 Matrizen

Werden Matrizen direkt eingegeben, ist folgendes zu beachten:

- Die einzelnen Matrixelemente werden durch Leerzeichen oder Kommas voneinander getrennt
- Das Zeilenende einer Matrix wird durch ein Semikolon markiert.
- Die gesamte Matrix wird von eckigen Klammern [] umschlossen.
- Skalare Größen sind 1×1 -Matrizen, bei ihrer Eingabe sind keine eckigen Klammern nötig.

Zum Beispiel wird die 2×4 -Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & 2 \\ -0.5 & 8 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

wird wie folgt in MATLAB eingegeben und der Variable A zugewiesen:

```
>> A = [1 -3 4 2; -5 8 2 5]
```

```
A =
     1   -3    4    2
    -5    8    2    5
```

Man hätte auch `>> A = [1,-3,4,2; -5,8,2,5]` schreiben können. Die Dimension von Matrizen kann mit

```
>> size(A)

ans =

     2     4
```

überprüft werden. Wie in der Mathematik üblich steht zu erst die Anzahl der Zeilen, dann die der Spalten. Vektoren werden in MATLAB wie $(1, n)$ bzw. $(n, 1)$ -Matrizen behandelt. Ein Spaltenvektor ist eine $n \times 1$ -Matrix, ein Zeilenvektor ist eine $1 \times n$ -Matrix und ein Skalar ist eine 1×1 -Matrix. Somit ergibt die folgende Eingabe z.B.

```
>> w = [3; 1; 4], v = [2 0 -1], s = 7
```

```
w =
     3
     1
     4
```

```
v =
```

```
2    0    -1
```

```
s =  
7
```

Einen Überblick über die definierten Variablen verschafft der so genannte *Workspace* (s. Kapitel 2) oder der Befehl `who` :

```
>> who
```

```
Your variables are:
```

```
A    a    ans    v    w    s
```

Mit dem Befehl `whos` werden genauere Angaben zu den Variablen gemacht:

```
>> whos
```

Name	Size	Bytes	Class
A	2x4	64	double array
a	1x1	8	double array
ans	1x2	16	double array
s	1x1	8	double array
v	1x3	24	double array
w	3x1	24	double array

```
Grand total is 18 elements using 144 bytes
```

Gelöscht werden Variablen mit dem Befehl `clear`.

```
>> clear a;
```

löscht nur die Variable `a`,

```
>> clear all
```

löscht alle Variablen im *Workspace*. Soll ein *Workspace* komplett gespeichert werden, so legt der Aufruf

```
>> save dateiname
```

im aktuellen Verzeichnis (bei uns: `MatlabKurs`) eine Datei `dateiname.mat` an, in der alle Variablen aus dem *Workspace* gespeichert sind. Über *File* → *Import Data* in der oberen Befehlsleiste können die in der Datei `dateiname.mat` gespeicherten Werte wieder hergestellt werden. Ebenso kann man den Befehl

```
>> load dateiname
```

ausführen, um die Daten wieder zu erhalten.

3.3 Arithmetische Operationen mit Skalaren, Vektoren und Matrizen

Es seien A , B Matrizen und c , d skalare Größen. In MATLAB sind unter gewissen Dimensionsbedingungen an A , B folgende **arithmetische Operationen** zwischen Matrizen und Skalaren definiert (hier zunächst nur eine Übersicht, Erläuterungen zu den einzelnen Operationen folgen im Text):

Symbol	Operation	MATLAB -Syntax	math. Syntax
+	skalare Addition	$c+d$	$c + d$
+	Matrizenaddition	$A+B$	$A + B$
+	Addition Skalar - Matrix	$c+A$	
-	Subtraktion	$c-d$	$c - d$
-	Matrizensubtraktion	$A-B$	$A - B$
-	Subtraktion Skalar - Matrix	$A-c$	
*	skalare Multiplikation	$c*d$	cd
*	Multiplikation Skalar - Matrix	$c*A$	cA
*	Matrixmultiplikation	$A*B$	AB
.*	punktweise Multiplikation	$A.*B$	
/	rechte skalare Division	c/d	$\frac{c}{d}$
\	linke skalare Division	$c\d$	$\frac{d}{c}$
/	rechte Division Skalar - Matrix	A/c	$\frac{1}{c}A$
/	rechte Matrixdivision	A/B	AB^{-1}
\	linke Matrixdivision	$A\B$	$A^{-1}B$
./	punktweise rechte Division	$A./B$	
.\	punktweise linke Division	$A.\B$	
^	Potenzieren	A^c	A^c
.^	punktweise Potenzieren	$A.^B$	
.'	transponieren	$A.'$	A^t
'	konjugiert komplex transponiert	A'	\bar{A}^t
:	Doppelpunktoperation		

Die Rechenregeln sind analog zu den mathematisch bekannten - auch in MATLAB gilt

die Punkt-vor-Strich Regel. Für Klammerausdrücke können die runden Klammern (und) genutzt werden. Die eckigen Klammern sind für die Erzeugung von Matrizen und Vektoren und für Ergebnisse von Funktionsaufrufen reserviert. Geschwungene Klammern werden in MATLAB für die Erzeugung und Indizierung von Zellen verwendet. Zellen sind Felder, die an jeder Stelle beliebige Elemente (Felder, Zeichenketten, Strukturen) und nicht nur Skalare enthalten können.

Erläuterungen zu den arithmetischen Operationen

Seien in mathematischer Notation die Matrizen

$$A = (a_{jk})_{n_1, m_1} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n_11} & \cdots & a_{n_1m_1} \end{pmatrix}, \quad B = (b_{jk})_{n_2, m_2} = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m_2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n_21} & \cdots & b_{n_2m_2} \end{pmatrix}$$

und der Skalar s gegeben. Im folgenden werden einige Fälle je nach Dimension der Matrizen unterschieden.

- 1.) Die Multiplikation eines Skalaren mit einer Matrix erfolgt wie gewohnt, der Befehl $C=s*A$ ergibt die Matrix

$$C = (s \cdot a_{jk})_{n_1, m_1}.$$

Ebenso kann in MATLAB die Addition/Subtraktion von Skalar und Matrix genutzt werden. Die mathematisch nicht sonderlich gängige Schreibweise $C = s + A$ erzeugt in MATLAB die Matrix

$$C = (s + a_{jk})_{n_1, m_1},$$

zu jedem Element der Matrix A wird der Skalar s addiert. Analoges gilt für die Subtraktion. Dagegen bewirkt der Befehl A^s das s -fache Potenzieren der Matrix A mit Hilfe des Matrixproduktes, wie man es aus der Notation der linearen Algebra kennt, z.B ist A^2 gleichbedeutend mit $A*A$.

Die MATLAB -Notation A/c ist gleichbedeutend mit der Notation $1/c*A$, was der skalaren Multiplikation der Matrix A mit dem Skalar $\frac{1}{c}$ entspricht.

Vorsicht: die Befehle $A \setminus c$ und s^A sind in diesem Fall nicht definiert!

- 2.) Für den Fall $n_1 = n_2 = n$ und $m_1 = m_2 = m$ lassen sich die gewöhnlichen Matrixadditionen und -subtraktionen berechnen. Der MATLAB Befehl $A+B$ erzeugt die Matrix

$$A + B = (a_{jk} + b_{jk})_{n, m},$$

A-B erzeugt dann natürlich

$$A - B = (a_{jk} - b_{jk})_{n,m}.$$

In diesem Fall können weiterhin die punktweisen Operationen \cdot , $\cdot /$ und $\cdot \wedge$ durchgeführt werden, hier werden die einzelnen Matrixelemente punktweise multipliziert/dividiert/potenziert. So ergibt z.B. der Befehl $C=A \cdot B$ das Ergebnis

$$C = (a_{jk} \cdot b_{jk})_{n,m},$$

welches natürlich nicht mit der gewöhnlichen Matrixmultiplikation übereinstimmt! Die punktweise Division von rechts, $C=A ./B$, ergibt

$$C = \left(\frac{a_{jk}}{b_{jk}} \right)_{n,m},$$

für $C=A \setminus B$ folgt

$$C = \left(\frac{b_{jk}}{a_{jk}} \right)_{n,m}.$$

Der Vollständigkeit halber soll auch das punktweise Potenzieren aufgeführt werden, $C=A \wedge B$, ergibt im Fall gleicher Dimensionen die Matrix

$$C = (a_{jk}^{b_{jk}})_{n,m}.$$

- 3.) In dem Fall $n_1 = m_2 = \tilde{n}$ und $n_2 = m_1 = \tilde{m}$ kann MATLAB eine gewöhnliche Matrixmultiplikation durchführen. $C=A*B$ liefert dann die (\tilde{n}, \tilde{m}) -Matrix

$$C = (c_{jk})_{\tilde{n}, \tilde{m}} \text{ mit } c_{jk} = \sum_{l=1}^{\tilde{n}} a_{jl} \cdot b_{lk}$$

In allen anderen Fällen gibt $C=A*B$ eine Fehlermeldung aus.

- 4.) Bei der rechten/linken Division von Matrizen muss man sehr vorsichtig sein. Diese macht Sinn, wenn lineare Gleichungssysteme gelöst werden sollen. Sei also A eine (n, n) Matrix, d.h. $n_1 = n$, $m_1 = n$ und B ein $(n, 1)$ -Spaltenvektor, d.h. $n_2 = n$ und $m_2 = 1$. Hat die Matrix A vollen Rang, so ist das Gleichungssystem $Ax = B$ eindeutig lösbar. Der MATLAB -Befehl $x=A \setminus B$ berechnet in diesem Fall die gesuchte Lösung $x = A^{-1}B$. Ist B ein $(1, n)$ -Zeilenvektor, löst der Befehl $x=B/A$ das lineare Gleichungssystem $xA = B$ und für das Ergebnis gilt $x = BA^{-1}$. Sind weiterhin A, B quadratische, reguläre (n, n) -Matrizen, so kann mit dem Befehl $C=A/B$ die Matrix $C = AB^{-1}$ berechnet werden, $C=A \setminus B$ ergibt

$$C = A^{-1}B.$$

Bemerkung: Vorsicht mit dem Gebrauch der Matrixdivisionen \backslash und $/$. Ist A eine (n, m) Matrix mit $n \neq m$ und B ein Spaltenvektor mit n Komponenten, ist das LGS $Ax = B$ nicht eindeutig lösbar! Aber der Befehl $x = A \backslash B$ ist ausführbar und liefert eine Approximation des LGS $Ax = B$! Gleiches gilt für die linke Division.

Einige Beispiele:

Es seien die Matrizen, Vektoren und Skalare

$$a = 5, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ 5 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -7 & 2 \\ 3 & 2 & 6 \\ 1 & 2i & 0 \end{pmatrix}$$

gegeben. Dann berechnet MATLAB das gewöhnliche Matrix-Produkt

```
>> A*B
```

```
ans =
```

```
24.0000          -42.0000 + 6.0000i  58.0000
16.0000          -4.0000 + 2.0000i  34.0000
 4.0000          -31.0000 - 4.0000i  22.0000
```

Die punktweise Multiplikation ergibt dagegen

```
>> A.*B
```

```
ans =
```

```
0          -49.0000          6.0000
6.0000          10.0000          6.0000
5.0000          0 + 4.0000i          0
```

Das Gleichungssystem $Ax = b$ kann gelöst werden (falls lösbar) mit

```
>> x=A\b
```

```
x =
```

```
0.1667
0.2917
0.2083
```

Weiterhin ergibt

```
>> B'
```

```
ans =
```

```
          0          3.0000          1.0000
 -7.0000          2.0000          0 - 2.0000i
  2.0000          6.0000          0
```

Das Resultat von $B'+a$ errechnet sich zu

```
>> B'+a
```

```
ans =
```

```
          5          8.0000          6.0000
 -2.0000          7.0000          5 - 2.0000i
  7.0000         11.0000          5
```

Das Skalarprodukt $\langle b, c \rangle$ zwischen den Vektoren b und c kann schnell mittels der Multiplikation

```
>> b'*c
```

```
ans =
```

```
3.7083
```

berechnet werden. Prinzipiell MATLAB kann mit Matrizen parallel rechnen, es sollte **immer** auf aufwendige Schleifen verzichtet werden. Fast alles kann mittels Matrix-Operationen effizient berechnet werden. Dies sei nur vorab erwähnt – später dazu mehr.

Für weitere Beispiele zu den Matrix-Operationen sei hier auf die ausführliche Matlab-Hilfe verwiesen.

3.4 Der Doppelpunkt-Operator und weitere Matrix-Spielereien

Wie man konkret mit Matrixelementen in MATLAB arbeiten kann, ist am besten an Beispielen ersichtlich. Daher seien in diesem Kapitel wieder die oben definierten

Matrizen A und B gegeben. Zur Erinnerung:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ 5 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -7 & 2 \\ 3 & 2 & 6 \\ 1 & 2i & 0 \end{pmatrix}$$

Einzelne Matrixelemente werden mit direkt via

```
>> B(2,3)
```

```
ans =
```

```
6
```

ausgegeben. Matrizen können nahezu beliebig miteinander kombiniert werden. Dabei steht das `,` (oder das Leerzeichen) immer für eine neue Spalte, der `;` dagegen eine neue Zeile. So definiert z.B.

```
>>C=[A;B]
```

```
C =
```

```
8.0000    7.0000    3.0000
2.0000    5.0000    1.0000
5.0000    2.0000   -2.0000
         0   -7.0000    2.0000
3.0000    2.0000    6.0000
1.0000           0 + 2.0000i  0
```

die 6×3 -Matrix C , welche zunächst die Matrix A enthält und in den nächsten Zeilen die Matrix B , da sich zwischen A und B ein Semikolon, das für Zeilenende steht, befindet. Dagegen bildet der Befehl $C=[A,B]$, welcher gleichbedeutend zu $C=[A \ B]$ ist,

```
>> C=[A B]
```

```
C =
```

```
8.0000    7.0000    3.0000         0    7.0000         2.0000
2.0000    5.0000    1.0000    3.0000    2.0000         6.0000
5.0000    2.0000   -2.0000    1.0000           0 + 2.0000i  0
```

eine 3×6 -Matrix C , wie der Befehl

```
>> size(C)
```

```
ans =
```

```
3    6
```

bestätigt. Die Matrix B wird in neue Spalten neben die Matrix A geschrieben. Ebenso können bei richtiger Dimension Spalten und Zeilen an eine bestehende Matrix angefügt werden:

```
>> D = [A; [1 0 3]]
```

```
D =
```

```
8    7    3
2    5    1
5    2   -2
1    0    3
```

fügt eine neue Zeile an die Matrix A an und speichert das Resultat in eine neue Matrix D ,

```
>> D = [A [1 0 3]']
```

```
D =
```

```
8    7    3    1
2    5    1    0
5    2   -2    3
```

fügt eine neue Spalte an die Matrix A an und überschreibt die bestehende Matrix D damit. Eine besondere Rolle spielt der Operator $:$. Mit ihm kann man z. B. Teile einer Matrix extrahieren. Der folgende Befehl gibt die erste Zeile von A aus:

```
>> A(1, :)
```

```
ans =
```

```
8    7    3
```

Die Nummer 1 innerhalb der Klammern bedeutet 'die erste Zeile' und der Doppelpunkt steht für 'alle Spalten' der Matrix A .

```
>> A(:,2)
```

```
ans =
```

```
7  
5  
2
```

dagegen gibt zunächst alle Zeilen aus, aber nur die Elemente, die in der 2. Spalte stehen. Der `:` bedeutet eigentlich 'von ... bis'. Die gewöhnliche und ausführliche Syntax für den Doppelpunktoperator ist

Startpunkt : Schrittweite : Endpunkt

Bei der Wahl

Startpunkt : Endpunkt

wird die Schrittweite auf 1 gesetzt. Der `:` alleine gibt alle Elemente spaltenweise nacheinander aus. Das letzte Element kann auch mit `end` beschrieben werden. Schrittweiten können auch negativ sein!

Sei beispielsweise der 1×11 -Zeilenvektor $x = (9 \ 2 \ 4 \ 8 \ 2 \ 0 \ 1 \ 4 \ 6 \ 3 \ 7)$ gegeben. Dann ergibt

```
>> x(1:2:end)
```

```
ans =
```

```
9    4    2    1    6    7
```

die Ausgabe jedes zweiten Elements von x , angefangen beim ersten Element. Negative Schrittweiten bewirken ein 'Abwärtszählen':

```
>> x(end-2:-3:1)
```

```
ans =
```

```
6    0    4
```

Das Weglassen der Schrittweite bewirkt wie erwähnt die automatische Schrittweite 1:

```
>> x(1:7)
```

```
ans =
```

```
9    2    4    8    2    0    1
```

ist gleichbedeutend mit `x(1:1:7)`.

Ebenso kann der `:` für Matrizen genutzt werden. Mit

```
>> A(1:2,2:3)
```

```
ans =
```

```
    7    3
    5    1
```

kann man sich z. B. Teile der Matrix A ausgeben lassen, `A(1:2:,2:3)` ist gleichbedeutend mit `A(1:1:2:,2:1:3)`. Hier sind es Zeilen 1 bis 2, davon dann Spalten 2 bis 3. Spalten und Zeilen können auch getauscht werden:

```
>> A(1:3,[3 2 1])
```

```
ans =
```

```
    3    7    8
    1    5    2
   -2    2    5
```

vertauscht die Spalten 1 und 3.

3.5 Zahldarstellung und Konstanten in Matlab

An vordefinierten Konstanten seien hier die folgenden angegeben:

Matlab-Bezeichnung	math. Bezeichnung	Erläuterung
<code>pi</code>	π	
<code>i, j</code>	i	Imaginäre Einheit
<code>eps</code>		Maschinengenauigkeit
<code>inf</code>	∞	
<code>NaN</code>		not a number, z.B. <code>inf-inf</code>
<code>realmin</code>		kleinste positive Maschinenzahl
<code>realmax</code>		größte positive Maschinenzahl
<code>intmax</code>		größte ganze Zahl (int32).
<code>intmin</code>		kleinste ganze Zahl

Die Genauigkeit der Rundung $rd(x)$ einer reellen Zahl x ist durch die Konstante `eps` gegeben, es gilt

$$\left| \frac{x - rd(x)}{x} \right| \leq \text{eps} \approx 2.2 \cdot 10^{-16},$$

diese Zahl entspricht der Maschinengenauigkeit, sie wird mit `eps` bezeichnet. Intern rechnet MATLAB mit doppelt genauen (64 Bit) Gleitkommazahlen (gemäß IEEE 754). Standardmäßig gibt Matlab Zahlen fünfstellig aus. Die Genauigkeit von 16 Stellen ist jedoch unabhängig von der Ausgabe. Sehr große/kleine Zahlen werden in Exponentialdarstellung ausgegeben, z.B. entspricht die Ausgabe `-4.3258e+17` der Zahl $-4.3258 \cdot 10^{17}$. Die kleinsten und größten darstellbaren Zahlen sind `realmin` $\sim 2.2251 \cdot 10^{-308}$ und `realmax` $\sim 1.7977 \cdot 10^{+308}$. Reelle Zahlen mit einem Betrag aus dem Bereich von 10^{-308} bis 10^{+308} werden also mit einer Genauigkeit von etwa 16 Dezimalstellen dargestellt.

Vorsicht bei der Vergabe von Variablen! Viele Fehler entstehen z. B. durch die Vergabe der Variablen `i` und der gleichzeitigen Nutzung von $i = \sqrt{-1}$! Um nachzuprüfen ob eine Variable bereits vergeben ist, gibt es die Funktion `exist`. Sie gibt Eins zurück wenn die Variable vorhanden ist und Null wenn sie es nicht ist. Der Befehl `exist` kann auch auf Funktionsnamen etc. angewandt werden, dazu später mehr.

3.6 Einige vorgefertigte Funktionen

Es sind sehr viele Funktionen in MATLAB vorgefertigt, hier wird nur ein kleiner Überblick über einige dieser Funktionen gegeben. Prinzipiell sind Funktionen sowohl auf Skalare als auch auf Matrizen anwendbar. Es gibt jedoch dennoch die Klasse der skalaren Funktionen und die der array-Funktionen. Letztere machen nur Sinn im Gebrauch mit Feldern (Vektoren, Matrizen). Die folgende Tabelle zeigt nur einen kleinen Teil der skalaren Funktionen:

Matlab-Bezeichnung	math. Syntax	Erläuterung
<code>exp</code>	$exp()$	Exponentialfunktion
<code>log, log10</code>	$ln(), log_{10}()$	Logarithmusfunktionen
<code>sqrt</code>	$\sqrt{\quad}$	Wurzelfunktion
<code>mod</code>	$mod(,)$	Modulo-Funktion
<code>sin, cos, tan</code>	$sin(), cos(), tan()$	trig. Funktionen
<code>sinh, cosh, tanh</code>	$sinh(), cosh(), tanh()$	trig. Funktionen
<code>asin, acos, atan</code>	$arcsin(), arcos(), arctan()$	trig. Funktionen
<code>abs</code>	$ \quad $	Absolutbetrag
<code>imag</code>	$\Im()$	Imaginärteil
<code>real</code>	$\Re()$	Realteil
<code>conj</code>		konjugieren
<code>sign</code>		Vorzeichen
<code>transpose</code>		transponieren
<code>det, inv</code>		Determinante, Inverse einer Matrix

Die MATLAB Hilfe enthält eine alphabetische Liste aller Funktionen!

Funktionen können sowohl auf skalare Größen als auch auf Matrizen angewandt werden:

```
>> exp(0)
```

```
ans =
```

```
1
```

```
>> exp(-inf)
```

```
ans =
```

```
0
```

```
>> x = [ 1 2 4];
```

```
>> exp(x)
```

```
ans =
```

```
2.7183    7.3891   54.5982
```

Die Funktion wird dann komponentenweise angewandt.

Eine zweite Klasse von MATLAB -Funktionen sind Vektorfunktionen. Sie können mit derselben Syntax sowohl auf Zeilen- wie auf Spaltenvektoren angewandt werden. Solche Funktionen operieren spaltenweise, wenn sie auf Matrizen angewandt werden. Einige dieser Funktionen werden in der folgenden Tabelle erläutert:

Matlab-Bezeichnung	Beschreibung
max	größte Komponente
mean	Durchschnittswert, Mittelwert
min	kleinste Komponente
prod	Produkt aller Elemente
sort	Sortieren der Elemente eines Feldes in ab- oder aufsteigender Ordnung
sortrows	Sortieren der Zeilen in aufsteigend Reihenfolge
std	Standardabweichung
sum	Summe aller Elemente
trapz	Numerische Integration mit der Trapezregel
cumprod	Kumulatives Produkt aller Elemente
cumsum	Kummulative Summe aller Elemente

4 Relationsoperatoren

Die Relationsoperatoren sind wie folgt definiert:

Matlab-Syntax	mathematische Syntax
$A > B$	$A > B$
$A < B$	$A < B$
$A \geq B$	$A \geq B$
$A \leq B$	$A \leq B$
$A == B$	$A = B$
$A \sim = B$	$A \neq B$

Die Relationsoperatoren sind auf skalare Größen, aber auch auf Matrizen und Vektoren anwendbar. Bei Matrizen und Vektoren vergleichen die Relationsoperatoren die einzelnen Komponenten. A und B müssen demnach die gleiche Dimension haben. MATLAB antwortet komponentenweise mit 1 ('true'), falls eine Relation stimmt und mit 0 ('false'), falls nicht. Beispiel (skalar):

```
>> 5>2

ans =

     1

>> 4 ~ = 4

ans =

     0

>> 5==abs(5)

ans =

     1
```

Beispiel (vektoriell):

```
>> x = [ 1 2 3];
>> y = [-1 4 6];
>> z = [1 0 -7];
>> y > x

ans =

     0     1     1
```

```
>> z == x

ans =

     1     0     0
```

Die Relationsoperatoren können auch auf Felder angewandt werden. Seien Vektoren $x=[1\ 2\ 3\ 4\ 5]$ und $y=[-5\ 3\ 2\ 4\ 1]$ gegeben, so liefert der Befehl

```
>> x(y>=3)

ans =

     2     4
```

Der Befehl $y>=3$ liefert das Ergebnis $0\ 1\ 0\ 1\ 0$ und $x(y>=3)$ gibt dann die Stellen von x aus, an denen $y>=3$ den Wert 1 hat, also 'true' ist.

Bemerkung: Vorsicht bei der Verwendung von Relationsoperatoren auf die komplexen Zahlen. Die Operatoren $>$, $>=$, $<$ und $<=$ vergleichen nur den Realteil! Dagegen werten $==$ und \sim Real- und Imaginärteil aus!

5 Logische Operatoren

Es sind die logische Operatoren *und* ($\&$), *oder* ($|$), *nicht* (\sim) und das *ausschließende oder* (xor) in MATLAB integriert. Die Wahrheitstafel für diese Operatoren sieht wie folgt aus:

		und	oder	nicht	ausschließendes oder
A	B	A & B	A B	~A	xor(A,B)
0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0

Wie die Relationsoperatoren sind die logischen Operatoren auf Vektoren, Matrizen und skalare Größen anwendbar, sie können ebenfalls nur auf Matrizen und Vektoren gleicher Dimension angewandt werden. Die logischen Operatoren schauen komponentenweise nach, welche Einträge der Matrizen 0 und ungleich 0 sind. Die 1 steht wiederum für 'true', die 0 für 'false'. Am besten lassen sich die logischen Operatoren anhand von Beispielen erläutern. Seien z.B. die Vektoren

```
>> u = [0 0 1 -3 0 1];
>> v = [0 1 7 0 0 -1];
```

gegeben. Der Befehl `~u` gibt dann an den Stellen, an denen u gleich 0 ist, eine 1 aus (aus false wird true) und an den Stellen, an denen u ungleich 0 ist, eine 0 (aus true wird false):

```
>> ~u
```

```
ans =
```

```
1 1 0 0 1 0
```

Ebenso funktionieren die Vergleiche. `u&v` liefert komponentenweise eine 1, also true, falls sowohl u als auch v in der Komponente beide $\neq 0$ sind und anderenfalls eine 0. Welchen Wert die Komponenten, die $\neq 0$ sind, genau annehmen, ist hierbei irrelevant.

```
>> u & v
```

```
ans =
```

```
0 0 1 0 0 1
```

`u|v` liefert komponentenweise eine 1, falls u oder v in einer Komponente $\neq 0$ sind und eine 0, falls die Komponente in beiden Vektoren gleich 0 ist. Welchen Wert die Komponenten, die $\neq 0$ sind, genau annehmen, ist hierbei wiederum irrelevant. Das ausschließende oder `xor` steht für den Ausdruck 'entweder ... oder'. `xor(u,v)` liefert eine 1 in den Komponenten, in denen entweder u oder v ungleich 0 ist und eine 0, falls die Komponente in beiden Vektoren 0 oder $\neq 0$ ist.

Bemerkung: MATLAB wertet Befehlsketten von links nach rechts aus: `~u|v|w` ist gleichbedeutend mit `((~u)|v)|w`. Der Operator `&` hat jedoch oberste Priorität. `u|v&w` ist gleichbedeutend mit `u|(v&w)`.

Diese Erläuterung der logischen Operatoren ist sehr formell. Nützlich werden die logischen Operatoren im Gebrauch mit den Relationsoperatoren, um später z.B. Fallunterscheidungen programmieren zu können. Möchte man überprüfen, ob zwei Fälle

gleichzeitig erfüllt werden, z.B. ob eine Zahl $x \geq 0$ und eine weitere Zahl $y \leq 0$ ist, kann dies der Befehl `x>=0 & y<=0` prüfen. Nur wenn beides wahr ist, wird dieser Befehl die Ausgabe 'true' hervorrufen.

Short-circuit Operatoren:

Es gibt die so genannten *Short-circuit Operatoren* (Kurzschluss-Operatoren) `&&` und `||` für skalare Größen, diese entsprechen zunächst dem logischen *und* `&` und dem logischen *oder* `|`, sie sind jedoch effizienter. Bei einem Ausdruck

```
expr_1 & expr_2 & expr_3 & expr_4 & expr_5 & expr_6
```

testet MATLAB alle Ausdrücke und entscheidet dann, ob er 1 (= true) oder 0 (= false) ausgibt. Schreibt man hingegen

```
expr_1 && expr_2 && expr_3 && expr_4 && expr_5 && expr_6
```

so untersucht MATLAB zuerst `expr_1`. Ist dies schon *false*, so gibt MATLAB sofort ein *false*, ohne die weiteren Ausdrücke zu untersuchen. Analoges gilt für `||`. Vorsicht, die Short-circuit Operatoren sind nur auf skalare Größen anwendbar! Gerade bei längeren Rechnungen können sie aber Zeit einsparen!

6 Polynome und Lineare Gleichungssysteme

Polynome können in MATLAB durch arrays dargestellt werden, allgemein kann ein Polynom $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$ durch

```
>> p = [a_n a_n-1 a_n-2 ... a_1 a_0];
```

dargestellt werden. Das Feld mit dem Koeffizienten muss mit dem Koeffizienten der höchsten Ordnung beginnen. Fehlende Potenzen werden durch 0 deklariert. MATLAB kann mit dieser Schreibweise Nullstellen von Polynomen berechnen und auch Polynome miteinander multiplizieren und dividieren. Das Polynom $p(x) = x^3 - 15x - 4$ hat die Darstellung

```
>> p = [1 0 -15 -4];  
>> r = roots(p)
```

```
ans =
```

```
4.0000  
-3.7321  
-0.2679
```

gibt die Nullstellen von p aus. Sind umgekehrt nur die Nullstellen gegeben, kann mit dem Befehl `poly` das Polynom zu den Nullstellen berechnet werden.

```
>> r= [ 2 5 1]
```

```
r =
```

```
     2     5     1
```

```
>> p=poly(r)
```

```
p =
```

```
     1     -8     17    -10
```

Dies entspricht dem Polynom $p(x) = x^3 - 8x^2 + 17x - 10$. Weiterhin kann man sich einfach Funktionswerte eines Polynoms ausgeben lassen. Man wählt einen Bereich aus, für den man die Wertetabelle des Polynoms berechnen will, z. B. für das Polynom $p(x) = x^3 - 8x^2 + 17x - 10$ den Bereich $[-1, 7]$, in dem die Nullstellen liegen. Hier wählen wir beispielsweise die Schrittweite 0.5 und erhalten mit dem Befehl `polyval` eine Wertetabelle mit 17 Einträgen.

```
>> x=-1:0.5:7;
```

```
>> y=polyval(p,x)
```

```
y =
```

```
Columns 1 through 6
```

```
-36.0000  -20.6250  -10.0000  -3.3750         0    0.8750
```

```
Columns 7 through 12
```

```
         0   -1.8750   -4.0000   -5.6250   -6.0000   -4.3750
```

```
Columns 13 through 17
```

```
         0    7.8750   20.0000   37.1250   60.0000
```

Polynommultiplikation und -division werden mit dem Befehlen `conv(,)` und `deconv(,)` berechnet.

Ist ein Gleichungssystem exakt lösbar, so kann es auf verschiedene Weisen berechnet werden. Sei:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 4 \\2x_1 + 3x_2 + 4x_3 &= 5 \\4x_1 + x_2 + 5x_3 &= 1\end{aligned}$$
$$\Leftrightarrow Ax = b$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Direkt löst Matlab

```
>> A\b
```

```
ans =
```

```
-1.4000  
 1.8000  
 0.6000
```

Dies ist gleichbedeutend mit

```
>> inv(A)*b
```

```
ans =
```

```
-1.4000  
 1.8000  
 0.6000
```

7 Programmierung in Matlab

7.1 Das M-File

Es ist sehr unübersichtlich, alle Berechnungen im *Command Window* durchzuführen. MATLAB kann Dateien (so genannte *M-Files*) erstellen, in denen man seine Befehle speichern kann. Über das Menü **File** → **New** → **M-File** kann eine neue Datei geöffnet werden. Die Befehle werden nun in diese Datei geschrieben, die Datei unter

`Dateiname.m` diese Zeilen aus. Alle in Matlab enthaltenen Funktionen haben eine kurze Erläuterung als Kommentar in den ersten Zeilen stehen.

Textausgaben mit dem Text ... im *Command Window* werden mit Hilfe des Befehls `disp(' ... ')` erreicht. `disp(' ')` verursacht eine Leerzeile, was das Programm manchmal übersichtlicher macht. Das Programm kann auch Zahlen und Berechnungen des Programms im Fließtext ausgeben, in dem man den Befehl `disp([' '])` wie oben angewendet in Kombination mit `num2str()` benutzt:

```
disp(['Die von Ihnen eingegebene Zahl war n = ',num2str(n)]);
```

Der Befehl `num2str` verwandelt eine Zahl oder eine Matrix in eine Zeichenkette, die ausgegeben werden kann.

Parameter können entweder direkt im M-File definiert werden, oder wie oben mittels `input(' ')` eingelesen werden:

```
n = input('Bitte nun eine natuerliche Zahl n eingeben: ');
```

Der Text `Bitte nun eine natuerliche Zahl n eingeben:` erscheint im *Command Prompt*, der Variablen `n` wird der Wert der eingegebenen Zahl zugewiesen.

Führt man nun das Programm `Einheitsmatrix.m` aus und gibt die Zahl $n = 5$ ein, so sieht der Programmablauf wie folgt aus:

```
>> Einheitsmatrix
Dieses Programm liest eine Zahl n ein
und berechnet dann die (n,n) Einheitsmatrix.

Bitte nun eine natuerliche Zahl n eingeben: 5

Die von Ihnen eingegebene Zahl war n = 5

A =

     1     0     0     0     0
     0     1     0     0     0
     0     0     1     0     0
     0     0     0     1     0
     0     0     0     0     1

>>
```

7.2 Funktionen

Wie schon in Kapitel 7.1 angedeutet, sollten längere Berechnungen oder Sequenzen von MATLAB Kommandos in m-Files durchgeführt werden. Oft ist es sinnvoll, eigene Funktionen zu programmieren, die dann in einem Programmdurchlauf ausgeführt werden. Funktionen werden genauso wie gewöhnliche m-Files geschrieben. Der einzige Unterschied besteht darin, dass das erste Wort `function` sein muss. In der ersten Zeile wird dann der Name der Funktion definiert und es werden die Variablen eingelesen. Als Beispiel soll nun ein Programm dienen, welches zwei Werte a und b einliest und dann Berechnungen zu dem Rechteck $a \cdot b$ durchführt. Dazu schreiben wir zunächst Funktionen `Flaecheninhalt_Rechteck.m`.

```
function A = Flaecheninhalt_Rechteck(a,b)

% Flaecheninhalt_Rechteck(a,b) berechnet den Flaecheninhalt
% des Rechtecks mit den Seiten a und b

A = a * b;
```

Die Variablen unmittelbar hinter dem `function`, hier also `A`, bezeichnen die Werte, die berechnet und ausgegeben werden. Sollen mehrere Werte innerhalb einer Funktion berechnet werden, schreib man

```
function [A, B, C] = Funktions_Name(a,b,c,d,e);
```

Die Variablen hinter dem Funktionsnamen in den runden Klammern bezeichnen die Werte, die eingelesen werden. Weiterhin soll die Diagonale des Rechtecks mit dem Programm `Diagonale_Rechteck.m` berechnet werden.

```
function d = Diagonale_Rechteck(a,b)

% Diagonale_Rechteck(a,b) berechnet die Diagonale des
% Rechtecks a*b mit Hilfe des Satzes von Pythagoras.

d = sqrt(a^2 + b^2);
```

Das Programm `Rechteck.m` könnte nun so aussehen:

```
%%%%%%%%%%
% Das Programm Rechteck.m liest zwei Werte a und b ein
% und berechnet den Flaecheninhalt und die Diagonale
% des Rechtecks a*b
%%%%%%%%%%
```

```

disp('Dieses Programm liest zwei Werte a und b ein und berechnet')
disp('den Flaecheninhalte und die Diagonale des Rechtecks a*b')

disp(' ')

a = input('Bitte a eingeben: ');
b = input('Bitte b eingeben: ');

A = Flaecheninhalte_Rechteck(a,b);
d = Diagonale_Rechteck(a,b);

disp(['Der Flaecheninhalte des Rechtecks ist A = ',num2str(A)])
disp(['und die Diagonale betraegt d = ',num2str(d)])

```

Bei so kleinen Programmen erscheint es noch nicht wirklich sinnvoll, Unterrouinen als Funktionen zu schreiben. Dies ist aber bei komplizierteren Programmen und besonders wenn eine Routine häufig benutzt werden muss, sehr hilfreich.

Vorsicht bei der Vergabe von Funktionsnamen! Sehr viele Fehler entstehen durch eine doppelte Vergabe eines Funktionsnamens. Ob der von mir gewählte Name bereits vergeben ist, kann ich mit Hilfe der Funktion `exist` überprüfen.

Ausgabe	Bedeutung
0	Name existiert noch nicht
1	Name ist bereits für eine Variable im <i>Workspace</i> vergeben
2	Name ist ein bereits bestehendes M-file oder eine Datei unbekanntem Typs
3	Es existiert ein Mex-File mit diesem Namen
4	Es existiert ein MDL-file mit diesem Namen
5	Name ist an eine Matlab Funktion vergeben (z.B. <code>sin</code>)
6	Es existiert ein P-file mit diesem Namen
7	Es existiert ein Verzeichnis mit diesem Namen

Beispiel:

```

>> exist d

ans =

```

```

1
>> exist cos

ans =

5

```

7.3 Schleifen und Kontrollstrukturen

In diesem Kapitel sollen kurz die wichtigsten Schleifen und Kontrollstrukturen `for`, `if-else` und `while` vorgestellt werden.

Die if-else-Schleife

Mit der `if-else`-Schleife können Fallunterscheidungen durchgeführt werden. Das folgende Beispiel zeigt, wie die `if-else`-Schleife angewandt werden kann. Für eine eingegebene Zahl n soll ausgegeben werden, ob n gerade oder ungerade ist. Als Hilfe dient hierzu die MATLAB Funktion `mod(x,y)`, welche den mathematischen Ausdruck $x \bmod y$ berechnet.

```

% % % % % % % % % % % % % % % % %
% gerade.m gibt aus, ob eine
% eingegebene Zahl gerade oder
% ungerade ist.
% % % % % % % % % % % % % % % % %

n = input('Bitte eine ganze Zahl eingeben: ')

if mod(n,2)==0
    disp('Die eingegebene Zahl ist gerade!')
elseif mod(n,2)==1
    disp('Die eingegebene Zahl ist ungerade!')
else
    disp('Die eingegebene Zahl ist keine ganze Zahl!')
end

```

Die for-Schleife

Die `for` - Schleife eignet sich, wenn Berechnungen wiederholt durchgeführt werden. Es sei vorab erwähnt, dass das Arbeiten mit Schleifen sehr einfach, jedoch sehr oft nicht effizient ist, wie wir später sehen werden. Sei als Beispiel eine (n, n) -Matrix A

mit den Einträgen

$$a_{j,k} = \frac{1}{j+k-1}$$

für $j = 1, \dots, n$ und $k = 1, \dots, n$. Mit Hilfe der `for` Schleife kann man folgendes Programm `For_Schleife.m` schreiben:

```
% For_Schleife.m dient zum Lernen der for Schleife
% und berechnet eine Matrix.

n = input('Bitte eine Zahl n eingeben: ');

% Initialisieren der Matrix:
A = zeros(n);

% Aufbau der Matrix:
for j=1:n
    for k=1:n
        A(j,k)=1/(j+k-1);
    end
end
```

Die Berechnung mit `for` - Schleifen kann sehr ineffizient sein. Die Vektorschreibweise ist oft viel nützlicher, wie uns das folgende Beispiel zeigt. Sie wird erreicht mit der Doppelpunktnotation (siehe Kapitel 3). Die Befehle `tic` und `toc` messen die Zeit, die das Programm ab dem Zeitpunkt `tic` bis zum Aufruf `toc` benötigt. Damit kann man überprüfen, welche der Varianten effizienter ist.

Beispiel:

Sei v ein Vektor der Länge $N = 50\,000$ mit $v_k = k^2$, $k = 1, \dots, n$. Definiere einen Vektor w mit $w_k = v_{k+1} - v_{k-1}$, $k = 2, \dots, N - 1$. Man berechnet nun den Vektor w auf zwei verschiedene Weisen

- 1.) Berechne w mit einer gewöhnlichen `for`-Schleife und messe die benötigte Zeit mit den Befehlen `tic`, `toc`
- 2.) Berechne w mittels Vektorschreibweise und messe die benötigte Zeit

Dies mach das folgende Programm:

```
clear all
N=50000;
```



```

disp(' ')
x = input('Bitte eine Zahl x eingeben, die groesser als 0 ist: ');
disp(' ')
y = input('Bitte eine Zahl y eingeben, die groesser als 0 und kleiner als x ist: ');
disp(' ')

% Initialisierungen:
q = 0;

% Abbruchbedingungen:
if x<0 | y<0
    error('x oder y kleiner 0!')
end
if x<y
    error('y ist nicht kleiner als x!')
end

% Speichere x fuer spaeter:
x_old=x;

if x == 0
    q = 0;
    r = x;
end

if y == 0
    error('Division durch 0!')
end

% Ziehe so oft y von x ab, bis ein Rest bleibt, der kleiner als y ist:
while x>=y
    x = x - y;
    q = q+1;
end

% Rest:
r = x;

disp(['q = ',num2str(q), ' und r = ',num2str(r)])
disp([num2str(x_old),'=',num2str(q),'*',num2str(y),'+',num2str(r)])

```

Der Algorithmus arbeitet nur mit positiven Zahlen, deswegen führen $x < 0$ oder $y < 0$ sofort zum Abbruch. Abbrüche werden mit dem Befehl

```
error('Text')
```

realisiert. Als Grund für den Abbruch erscheint **Text** im *Command Prompt*. Weiterhin darf y nicht gleich Null sein und x nicht kleiner als y . Da wir den Wert von x später noch brauchen, aber überschreiben werden, sichern wir ihn in der neuen Variablen `x_old`. q wird mit 0 initialisiert. Die Anweisungen der **while**-Schleife, also die Anweisungen zwischen **while** und **end**, werden so lange ausgeführt, bis die Bedingung $x \geq y$ nicht mehr erfüllt ist. In jedem Durchlauf der Schleife wird der Wert von x mit dem Wert $x - y$ überschrieben und der Wert von q um eins erhöht. Anhand der Ausgaben

```
disp(['q = ',num2str(q), ' und r = ',num2str(r)])
```

kann man erkennen, dass man innerhalb einer Zeile auch mehrere Ergebnisse des Programms ausgeben kann.

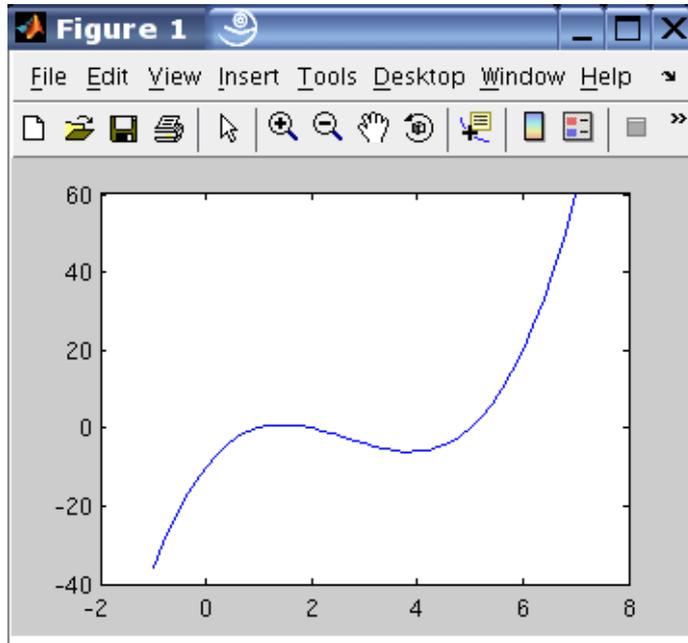
8 Graphische Ausgaben

Ein großer Vorteil von MATLAB liegt in der sehr einfachen graphischen Darstellung von Ergebnissen. Beginnen wir zunächst mit der zweidimensionalen graphischen Ausgabe. In Abschnitt 4 haben wir die Wertetabelle eines Polynoms $p=[1 \ -8 \ 17 \ -10]$ berechnet. Diese soll nun geplottet werden. Wir erinnern uns: die 17 x -Werte waren durch den Vektor $x=[-1:0.5:7]$ gegeben, die passenden y -Werte lieferte der Befehl $y=\text{polyval}(p,x)$. y ist nun ebenfalls ein 1×17 -Feld. Zum Öffnen eines Bildes, einer so genannten *figure*, muss zunächst der Befehl

```
>> figure(1)
```

aufgerufen werden, es öffnet sich ein leeres plot-Fenster. Die Nummer in den Klammern kann beliebig gewählt werden. Ruft man den Befehl **figure()** nicht auf, so werden alte Bilder überschrieben. Eine zweidimensionale wird mit dem Befehl **plot** generiert.

```
>> plot(x,y)
```



Es gibt verschiedene Möglichkeiten, diesen plot nun zu beschriften. Zum einen kann man sich in der *figure* durch die Menüs klicken und dort Achsenbeschriftungen, -skalen, -bezeichnungen, Titel, Legenden etc. eingeben. Da man diese Einstellungen aber nicht speichern kann und für jede Graphik neu erstellen muss, wird hier nur die (meines Erachtens) bessere Methode vorgestellt, wie man die *figure* direkt aus dem *M-File* heraus zu bearbeitet. Dies ist in der Programmierung wesentlich praktischer und weniger arbeitsintensiv, da die Einstellungen gespeichert werden können und nicht bei jedem Bild neu erarbeitet werden müssen.

Hier werden nur einige wesentliche Möglichkeiten der Graphik-Bearbeitung vorgestellt. MATLAB verfügt über viel mehr als die hier vorgestellten Möglichkeiten der graphischen Ausgabe. Weitere Informationen finden sich in den Literaturangaben oder in der Matlab-Hilfe!

Die folgende Tabelle zeigt einige Möglichkeiten zur Veränderung der graphischen Ausgabe:

Matlab-Befehl	Beschreibung
<code>axis([xmin xmax ymin ymax])</code>	setzen der x-Achse auf das Intervall [xmin,xmax], y-Achse auf [ymin,ymax]
<code>axis manual</code>	Einfrieren der Achsen in einer figure für folgende plots
<code>axis tight</code>	automatische Anpassung der Achsen auf die Daten
<code>axis xy</code>	Ausrichtung des Ursprungs (wichtiger in 3D Visualisierungen)
<code>axis equal</code>	Gleiche Wahl der Skalierung auf allen Achsen
<code>axis square</code>	Quadratischer Plot
<code>grid on</code>	Gitter anzeigen
<code>grid off</code>	Gitter nicht anzeigen
<code>xlabel('Name der x-Achse')</code>	x-Achsen Beschriftung
<code>ylabel('Name der y-Achse')</code>	y-Achsen Beschriftung
<code>zlabel('Name der z-Achse')</code>	z-Achsen Beschriftung (bei 3D Visualisierungen)
<code>title('Titel der figure')</code>	Überschrift der Figure
<code>text(x,y,'string')</code>	direkte Beschriftung des Punktes (x,y) in der Graphik

Die Bezeichnungen können LaTeX codes enthalten, MATLAB interpretiert z. B. die Zeichenfolge `\psi \rightarrow x^4 f(x_6) ||z||_{x \in \Omega}` wie LaTeX als $\psi \rightarrow x^4 f(x_6) ||z||_{x \in \Omega}$. Der Aufruf eines plots in einem M-File könnte also folgendermaßen aussehen:

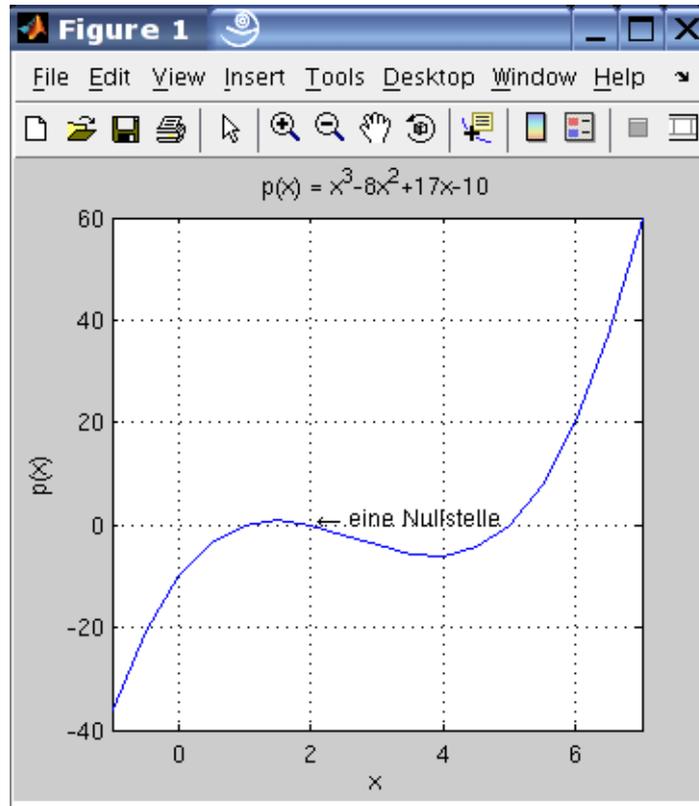
```
figure(1)
plot(x,y)
grid on
axis([-1,7,-40,60])
xlabel('x')
ylabel('p(x)')
```

```

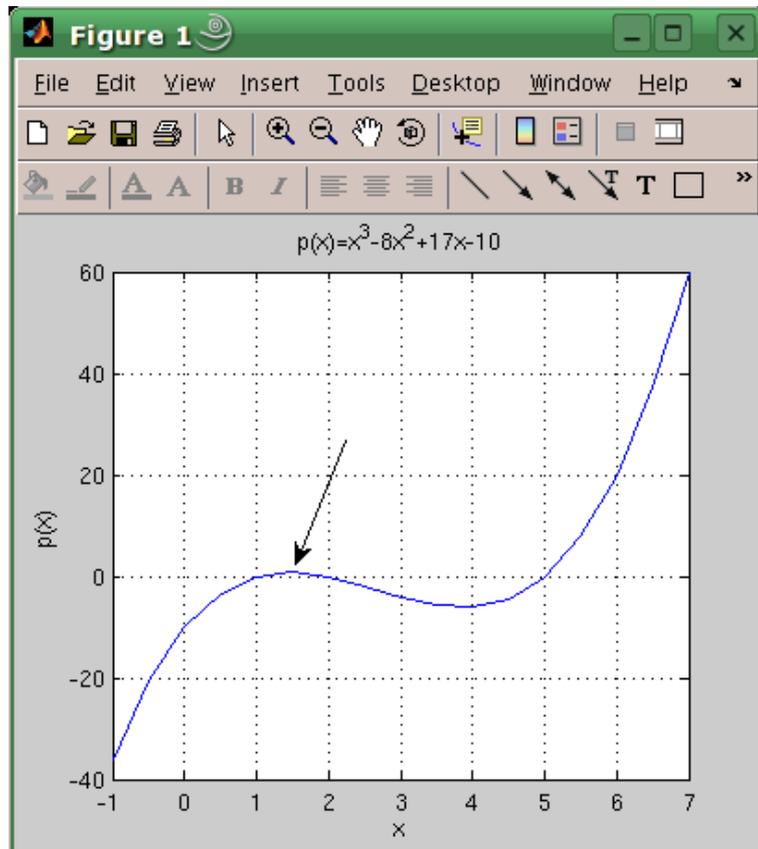
title('p(x) = x^3-8x^2+17x-10')
text(2,0,' \leftarrow eine Nullstelle')

```

Nun sieht der plot wie folgt aus:

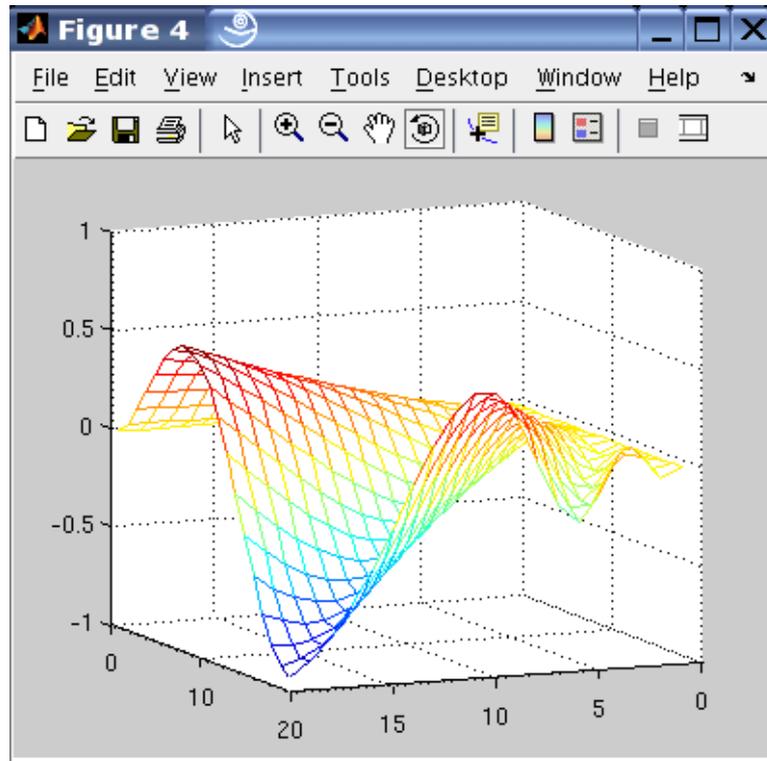


Das Einfügen von Text oder Pfeilen in einer Graphik kann auch über das Menü der *figure* realisiert werden. Unter *View* kann man in der Menüleiste der *figure* die Optionen *Plot Edit Toolbar* wählen. In einer neuen Zeile gibt es dann die Möglichkeit, durch »Klickerei« Pfeile und Text einzufügen und im plot auszurichten/zu drehen. Man hat auch die Möglichkeit, Kreise, Quadrate einzufügen, kann Texte farbig gestalten und ausrichten. Der folgende Screenshot zeigt die neue Menüleiste. Das manuelle Verändern von Graphiken ist sinnvoll, wenn eine Graphik für einen Ausdruck (z.B. Diplomarbeit) erstellt werden soll. Die Einstellungen werden nämlich nicht gespeichert und müssen dann für jede Graphik neu vorgenommen werden. Daher sollte man sich angewöhnen, die grundlegenden Beschriftungen im M-file vorzunehmen.



3D Graphiken

Die bisher vorgestellten Graphik-Bearbeitungsbefehle sind auch für 3D Visualisierungen gültig. Statt des Befehls `plot(x,y)` wird in der 3D Visualisierung `mesh(y,x,f)` oder auch `surf(y,x,f)` benutzt. Dabei ist x ein Vektor der Dimension n , y ein Vektor der Dimension m und f ein array der Größe (n,m) . Vorsicht: Bei diesen Befehlen wird wirklich erst das y -Feld angegeben! Haben x und y nicht die gleiche Dimension führt dies anderenfalls zu Fehlerausgaben! Das folgende Bild zeigt einen Plot, der mit dem `mesh(y,x,f)`-Befehl erzeugt wurde.



Eine komfortable Syntax zum Erstellen von 3D plots bietet der `meshgrid`-Befehl. Mit ihm können Gitter automatisch erzeugt werden, die direkt in Funktionen eingesetzt werden können.

Beispiel:

```
L = 8; % will auf Gebiet [0,L]x[0,L] plotten
N = 40; % Anzahl der Gitterpunkte
h = L/(N-1); % Schrittweite
[x,y] = meshgrid(0:h:L); % Erzeuge Gitter in xy-Ebene
f = cos(x).*sin(y); % berechne f(x,y)

figure(2)
mesh(y,x,f)
xlabel('y')
ylabel('x')
zlabel('f')
title('f(x,y)=sin(y)cos(x)')
axis([0,8,0,8,-1.5,1.5])
```

Speziell für die 3D-Visualisierung gibt es noch viele weitere Optionen (z. B. Contour-Plots, Richtungsfelder, durchsichtige Plots, verschiedene Farbschemata, ...). Bei Interesse wird hier die Matlab-Hilfe als Literatur empfohlen.

8.1 Mehrere Plots in einer figure

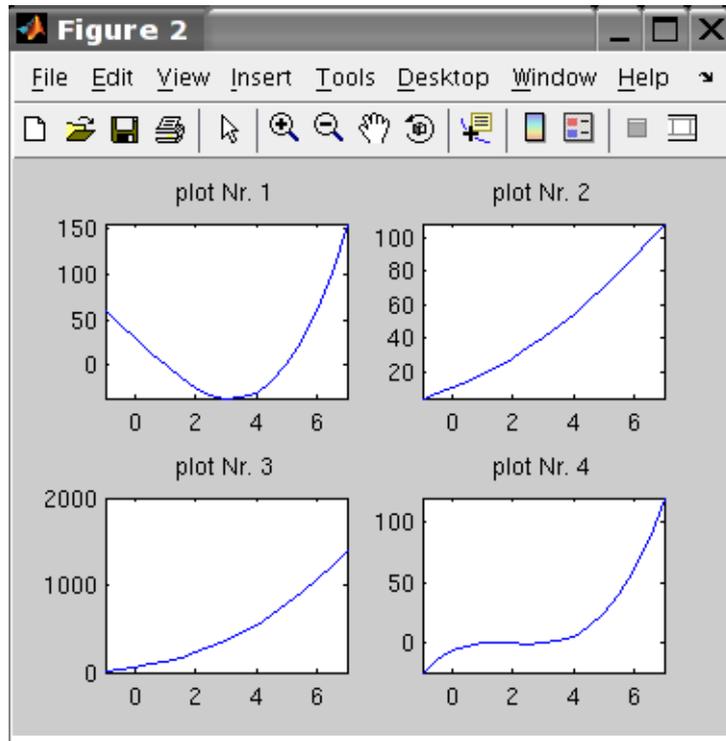
Es gibt verschiedene Möglichkeiten, mehrere Plots in einer figure unterzubringen. Der Befehl `subplot` bildet mehrere Graphiken in einer figure nebeneinander ab. Der Aufruf

```
figure(2)
subplot(n,m,Bildnummer)
plot(x,y)
```

erzeugt eine figure 2, die n Bilder in einer Reihe und m Spalten erzeugt. Sollen zum Beispiel vier Datensätze $(x_1, y_1), \dots, (x_4, y_4)$ in einer figure verglichen werden, so kann man dies mittels

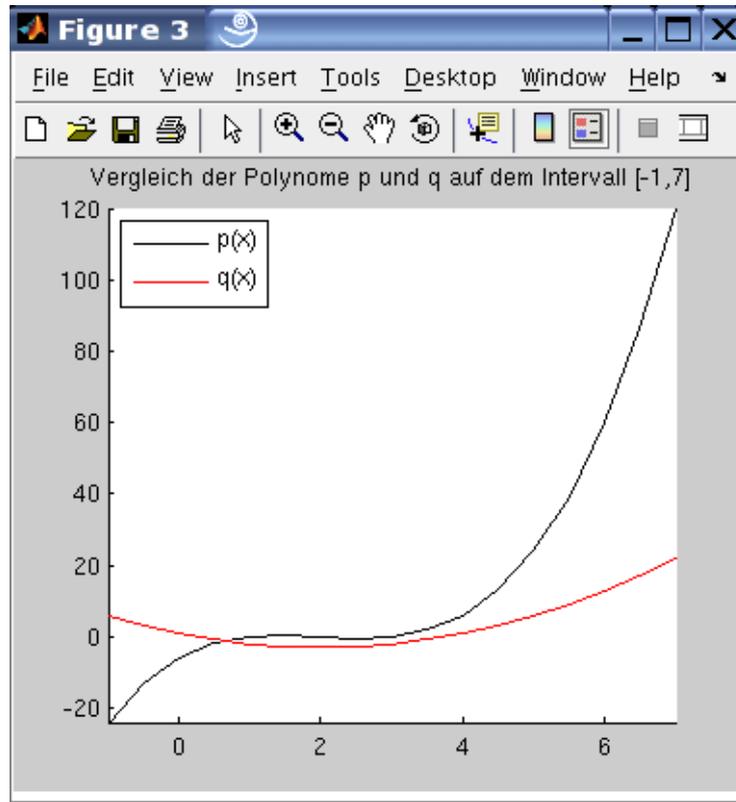
```
figure(2)
subplot(2,2,1)
plot(x_1,y_1)
subplot(2,2,2)
plot(x_2,y_2)
subplot(2,2,3)
plot(x_3,y_3)
subplot(2,2,4)
plot(x_4,y_4)
```

erreichen. Es werden alle vier Plots in einer figure dargestellt, in $n = 2$ Zeilen und $m = 2$ Spalten:



Manchmal kann es nützlich sein, Plots übereinander gelegt in einem Bild zu vergleichen. Dies kann mit den Befehlen `hold on`; `hold off` in MATLAB durchgeführt werden. Sei wiederum das Polynom $p(x) = x^3 - 8x^2 + 17x - 10$ gegeben und weiterhin ein Polynom $q(x) = x^2 - 4x + 1$, diese Polynome sollen in einem Bild für den oben gegebenen Wertebereich $x = [-1:0.5:7]$ geplottet werden. Es sei also `y1=polyval(p,x)` und `y2=polyval(q,x)`.

```
figure(3)
hold on
plot(x,y1,'k')
plot(x,y2,'r')
hold off
legend('p(x)', 'q(x)', 2)
title('Vergleich der Polynome p und q auf dem Intervall [-1,7]')
```



Der dritte Aufruf 'k' und 'r' bezeichnet die Farbwahl. Hier können auch verschiedene Strich- und Punktarten gewählt werden:

Befehl	Farbe	Befehl	Linienstil
'y'	gelb	'-'	durchgezogene Linie
'm'	magenta	'--'	gestrichelte Linie
'c'	cyan	':'	gepunktete Linie
'r'	red	'-.'	Strich-Punkt-Linie
'g'	green	'none'	keine Linie
'b'	blue		
'w'	white		
'k'	black		

Weitere so genannte *Line Properties* können unter diesem Suchbegriff in der Hilfe nachgelesen werden.

8.2 Matlab-Movies

Sollen evolutionäre Prozesse untersucht werden, kann es manchmal sehr hilfreich sein, Filme (z.B. über die Entwicklung einer Funktion) zu erstellen. Dafür stellt MATLAB zwei Möglichkeiten zur Verfügung. Zum einen können qualitativ hochwertige Filme erstellt werden, die in einem MATLAB-eigenem Format speicherbar sind. Diese Dateien können sehr groß werden. Weiterhin benötigt man zum Abspielen des Films das Programm Matlab. Unter Umständen können diese beiden Aspekte problematisch werden. Daher gibt es noch die Möglichkeit, einen Film zu erstellen und direkt mit MATLAB in ein so genanntes avi-File zu konvertieren. Dieses Format wird von nahezu jeder gängigen Video-Software unterstützt, so dass für das Abspielen des Films MATLAB nicht installiert sein muss. Die Filme, die auf diese Weise erstellt werden, benötigen wenig Speicherplatz, sie sind jedoch qualitativ nicht so hochwertig wie die MATLAB-eigenen Filme. Es kann allerdings zu Problemen unter Unix/Linux kommen.

Matlab-Movies

MATLAB speichert die einzelnen Bilder ab und spielt sie nacheinander in einem Film ab. Daher ist es notwendig, die jeweiligen Bilder mit gleicher Achsenskalierung und Beschriftung zu wählen. Es bietet sich daher an, vorab Achsen, Title etc. festzulegen und dann die Plots, die zu einem Film zusammengefasst werden sollen, immer in der gleichen Figure aufzurufen. Vorab muss die Anzahl der Bilder im Film und der Name des Films mit dem Befehl `moviein` festgelegt werden. Nachdem die Bilder mit dem Befehl `getframe` zu einem Film zusammengefügt werden, kann der Film mittels `movie` abgespielt werden. Als Beispiel wird die zeitliche Entwicklung der trigonometrischen Funktion

$$f(x, y, t) = \cos\left(x - \frac{t\pi}{N}\right) \sin\left(y - \frac{t\pi}{N}\right) \quad (1)$$

berechnet und als Movie ausgegeben. Dabei ist N die Anzahl der Bilder.

```
close all
clear all

N = 10;
M = moviein(N);

[X,Y]=meshgrid([-pi:.1:pi]);
axis([-pi pi -pi pi -1 1])
for t=1:N
    f=cos(X-t*pi/N).*sin(Y-t*pi/N);
    meshc(X,Y,f);
    M(:,t)=getframe
```

```
end
```

```
movie(M,2);
```

In der Variablen `M` wird der Film gespeichert. In dem aktuellen Ordner entsteht mit der Programmdurchführung eine Datei `M.mov`. Mit dem Befehl `M = moviein(N)` wird festgelegt, dass der Film die Bezeichnung `M` haben wird und `N` Bilder enthält. In jedem Schritt $t = 1, \dots, N$ wird das aktuelle Bild in die t . Spalte von `M` gespeichert (`M(:,t)=getframe`). Mit dem Befehl `movie(M,2)` wird der Film mit dem Titel `M` abgespielt. Die zweite Komponente gibt an, wie oft der Film wiederholt werden soll, in diesem Fall zweimal. Ist ein aufwendiger Film erstellt worden, der anschließend ohne neue Berechnung vorgeführt werden soll, so kann man nach dem Berechnungsdurchlauf die Daten mittels des Befehls `save` speichern:

```
save Daten_zum_Film;
```

Im aktuellen Verzeichnis wird die Datei `Daten_zum_Film.mat` gebildet, die ohne Programmdurchlauf mit

```
load Daten_zum_Film;
```

dazu führt, dass die Variablen (incl. des Films `M`) wieder hergestellt werden. Der Befehl

```
movie(M,3)
```

bewirkt dann das Abspielen des Films ohne neue Berechnungen.

Filme im avi-Format

Zunächst muss im MATLAB File eine `avi`-Datei erstellt werden, in die der Film gespeichert wird. Dies geht mit dem Befehl `avifile`. Das erste Argument im Befehl `avifile` gibt den Namen der `avi`-Datei an. Dann werden Qualitätsparameter aufgerufen. In dem Beispiel unten sind die Parameter auf höchste Qualität eingestellt. Weitere Werte und Optionen kann man bei Bedarf der Matlab-Hilfe entnehmen. Nachdem die Filmdatei erstellt worden ist, müssen nun in einer Schleife die einzelnen Bilder zu dem Film hinzugefügt werden. Dazu werden die Befehle `getframe` und `addframe` genutzt. Auch hier ist es wieder wichtig, immer die gleichen Achsen zu wählen! Damit die Achsen in jedem Bild des Filmes gleich sind, werden sie mit dem Befehl `get(gcf, 'CurrentAxes')` beim ersten Bildaufruf gespeichert. Mit dem Befehl `getframe(gcf)` werden dann die Achsen übergeben. Nachdem die Bilder mit dem Befehl `addframe` zu einem Film zusammengesetzt wurden, muss der Film mit dem Befehl `close` geschlossen werden. Im folgenden Beispiel wird wieder die Evolution der Funktion $f(x, y, t)$ aus dem vorherigen Kapitel in einem Film gespeichert. Der Film trägt den Namen `Beispielfilm.avi`.

```

close all
clear all
N = 40;

mov = avifile('Beispielfilm.avi','compression','none','quality',100)

figure(1)
[X,Y]=meshgrid([-pi:.1:pi]);
f = cos(X-0*pi/N).*sin(Y-0*pi/N);
meshc(X,Y,f);
axis([-pi pi -pi pi -1 1])
get(gcf,'CurrentAxes')
F=getframe(gcf);
mov=addframe(mov,F);

for t=1:N
    f = cos(X-t*pi/N).*sin(Y-t*pi/N);
    meshc(X,Y,f);
    axis([-pi pi -pi pi -1 1])
    F=getframe(gcf);
    mov=addframe(mov,F);
end

mov=close(mov);

```

Nach dem Programmdurchlauf sollte im aktuellen Verzeichnis eine Datei namens `Beispielfilm.avi` angelegt worden sein, die nun mit beliebiger Videosoftware unabhängig von MATLAB abgespielt werden kann. Bei dem Erstellen des Films ist zu beachten, dass MATLAB wirklich Screenshots der Figure zu einem Film zusammenfügt. Wird das Figure-Fenster von einem anderen Fenster überdeckt, so wird dieses im Film gespeichert! Unter Windows ist weiterhin zu beachten, dass bestehende Filmdateien nicht immer überschrieben werden können. Dann muss die Filmdatei vor einem erneuten Programmdurchlauf gelöscht werden.