Prof. Dr. F. Natterer WS 2001/02

Übungen zur Vorlesung Einführung in die Numerische Mathematik

Übungsblatt 2 , Abgabe: 02.11.2001 , 13.00 Uhr, Übungskasten F17, F25, F29

Die Programmieraufgabe 8 darf eine Woche später abgegeben werden.

Aufgabe 5: (4 Punkte)
Sei A eine (n,n)-Matrix und B eine (m,m)-Matrix. Wir betrachten das lineare System

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{\ell=1}^{m} a_{ij} b_{k\ell} x_{j\ell} = c_{ik} \ , \quad i = 1, \ldots, n \ , \quad k = 1, \ldots, m \ .$$

Zeigen Sie:

(a) Das lineare System ist genau dann eindeutig lösbar, wenn $\det(A)\ \det(B) \neq 0$ gilt.

(b) Die Lösung des Gleichungssystems ist mit

$$\frac{1}{3}(n^3 + m^3) + (nm^2 + mn^2) + O(n^2 + m^2)$$

flops möglich.

Aufgabe 6: (4 Punkte)
Die (n,n)-Matrix A heißt tridiagonal, falls $a_{i,j} = 0$ für $|i-j| > 1$.

Zeigen Sie, daß sich das Eliminationsverfahren ohne Pivotisierung zur Lösung von $Ax = b$ mit

$$5n - 4$$

flops durchführen läßt.

Aufgabe 7: (4 Punkte)
Die (n,n)-Matrix A heißt symmetrisch, wenn $a_{ij} = a_{ji}$, $i, j = 1, \ldots, n$.

Zeigen Sie, daß sich das Eliminationsverfahren ohne Pivotsuche zur Lösung von $Ax = b$ in $\frac{1}{6}n^3 + O(n^2)$ flops durchführen läßt.

Aufgabe 8: (Programmieraufgabe) Schreiben Sie ein Programm elim(A, b, x, n) für das Eliminationsverfahren mit Spaltenpivotsuche zur Lösung von $Ax = b$. Testen Sie Ihr Programm an Hand folgender Beispiele:

(a) $a_{ij} = 1/(i + j - 1)$, $i, j = 1, \ldots, n$. Bestimmen Sie b so, daß $x_i = 1$, $i = 1, \ldots, n$ Lösung wird.

(b) Wie (a), aber $a_{ii} = 1$, $i = 1, \ldots, n$.

Sei $\tilde{x}$ die berechnete Lösung. Berechnen Sie in jedem Falle $A\tilde{x} - b$. Wählen Sie $n = 8$.