Übungen zur Vorlesung Einführung in die Numerische Mathematik

Übungsblatt 7 , Abgabe: Freitag, 8.12.2000, 11.00 Uhr

Aufgabe 25: (2+3 Punkte)
Berechnen Sie die Lösung $x \in \mathbb{R}$ des linearen Ausgleichsproblems ($m = 2,\ n = 1$)

$$\min_{x \in \mathbb{R}} \|y - Ax\|_2 , \qquad y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} , \quad A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

mittels

(a) der Normalgleichungen,

(b) der QR-Zerlegung von A.

Bestimmen Sie jeweils das Residuum.

Aufgabe 26: (3+1 Punkte)

(a) Zu bestimmen sei eine Ausgleichsgerade $y(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t$ mit Parametern $\alpha_0,\ \alpha_1 \in \mathbb{R}$ durch die Punkte

$$(t_i, y_i) \in \mathbb{R}^2 , \qquad i = 1, ..., m , \qquad m \geq 3 .$$

Das zugehörige lineare Ausgleichsproblem lautet:

$$\min_{\alpha_0, \alpha_1} \sum_{i=1}^{m} (y_i - (\alpha_0 + \alpha_1 t_i))^2 .$$

Berechnen Sie die optimalen Parameter $\alpha_0,\ \alpha_1$.

(b) Für $m = 3$ sind die folgenden Punkte gegeben:

t_i	1	2	3
y_i	2	4.4	6

Bestimmen Sie eine Ausgleichsgerade durch diese Punkte.

Aufgabe 27: (3 Punkte)
Durch die Messpunkte

t_i	$\frac{1}{e}$	1	e
y_i	-1	e	$2 + e^2$

soll eine Ausgleichsfunktion $u(t) = \alpha t + \beta \ln(t)$, $\alpha,\ \beta \in \mathbb{R}$, gelegt werden. Formulieren Sie das zugehörige lineare Ausgleichsproblem und berechnen Sie die optimalen Parameter $\alpha,\ \beta$.

Hinweis: Nach Aufstellung der Normalengleichungen können die Parameter $\alpha,\ \beta$ durch "scharfes Hinsehen" bestimmt werden.